

---

---

# THEORIE DE DECOMPOSITION DES PHENOMENES CYCLIQUES

---

---

Chapitre 5 sur 6 :

## Réflexions logiques et philosophiques

---

---

par WEIDMANN Sébastien

(travaux débutés en Octobre 2006)

# Modifications éventuelles et droits d'utilisation

Je me réserve le droit d'apporter des modifications ou des corrections à tout instant si j'estime que cela est nécessaire (notamment pour corriger des erreurs éventuelles ou compléter des réflexions qui pourraient être insuffisantes).

Certains passages ne sont pas complets car ils sont secondaires (non essentiels à la compréhension globale de cette théorie), mais ils sont en cours de réalisation. Cela est précisé lorsque c'est le cas.

Le **Chapitre 4** est un chapitre important mais il ne sera publié intégralement que lorsque j'estimerai que mes travaux le concernant auront atteint une maturité satisfaisante.

Il n'y a pas de contrainte de temps concernant ces travaux en cours de réalisation.

Travaux en 6 Chapitres, débutés en Octobre 2007. Tous droits réservés à **WEIDMANN Sébastien**, né à Chaumont (52 000), FRANCE.

Toute personne désirant utiliser partiellement ou complètement cette théorie peut le faire à la seule condition de le mentionner et d'associer à cette mention mes nom et prénom (aux parties ou formules utilisées, par exemple). Ceci offre quelques souplesse et liberté d'utilisation.

La redistribution de ces fichiers est également autorisée à condition de ne pas en modifier le contenu. **Aucune modification ne peut être faite sans mon accord.**

Par conséquent, pour d'éventuelles suggestions, merci de me contacter par l'intermédiaire du site **FUTURA-SCIENCES** (vous devez être inscrit comme membre, l'inscription est relativement simple) :

*(ne vous attendez pas à une réponse systématique de ma part)*

[Cliquez ici pour m'envoyer un mail \(message privé, pseudo : \*\*WizartS\*\*\)](#)

# Chapitre 5 :

## REFLEXIONS LOGIQUES ET PHILOSOPHIQUES

Modifications éventuelles et droits d'utilisation / mail . . . . .	2
<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Correspondances entre formules, valeurs de vérité et énoncés</b>	<b>7</b>
1.1 Exemple des nombres impaires . . . . .	8
1.2 La formule $s(M)$ . . . . .	9
1.3 La formule $\mathfrak{I}(M)$ . . . . .	10
1.4 La formule $f(M; x)$ . . . . .	11
1.5 Contenu d'un énoncé et valeurs de vérité . . . . .	17
1.6 Variable binaire $U$ de valeur de vérité indéfinissable . . . . .	32
1.7 Contre-exemple : la formule $\mathfrak{I}(M)$ . . . . .	39
1.8 Observations . . . . .	42
1.9 Conclusions et orientations . . . . .	44
<b>2 Les règles logiques</b>	<b>47</b>
2.1 Introduction . . . . .	47
2.2 Développement . . . . .	50
<b>3 Preuve de la liberté</b>	<b>53</b>
3.1 Première approche . . . . .	54
3.2 Limites préalables . . . . .	56
3.3 Synthèse avec la Première partie . . . . .	57
3.4 Remarque sur les énoncés constructibles . . . . .	59
3.5 Preuve complète : incomplétude et variable de valeur de vérité indéfinissable . . . . .	64

3.6	Justification de la variable binaire U de valeur de vérité indéfinissable	79
3.7	Etendue	81
3.8	Dissociation des notions de liberté et de hasard	84
<b>4</b>	<b>La conception du discontinu</b>	<b>87</b>
4.1	Approche par les formules	87
4.2	Approche par un paradoxe connu de la Grèce antique	91
<b>5</b>	<b>Preuve de l'existence éternelle</b>	<b>93</b>
<b>6</b>	<b>Possibilité d'établir une théorie physique</b>	<b>101</b>
<b>7</b>	<b>Le sens de la vie</b>	<b>105</b>
<b>8</b>	<b>Accès à la vérité : la nécessité de la pensée écologique</b>	<b>107</b>
<b>9</b>	<b>Impressions personnelles</b>	<b>111</b>

# Introduction

Ce chapitre est indépendant des travaux précédemment effectués, il peut être lu sans connaissance du contenu des chapitres précédents, bien que les 2 premières parties puisse être vue comme étant “complémentaires” (d’un point de vue logique puis, respectivement, philosophique) à la recherche de formules ou de règles comme nous l’avons fait précédemment. Cependant, ce chapitre est d’une importance essentielle car il va nous mener au **Chapitre 6** en établissant des liens avec des conceptions physiques. De plus, il va nous amener à étudier un cas d’une importance capitale pouvant être vu comme la preuve que l’on puisse construire des énoncés en dehors de toute théorie cohérente, nous guidant encore vers une interprétation géométrique (et physique) possible dans le **Chapitre 6**. Certaines démarches dans les raisonnements exposés peuvent sembler non-conventionnelles, cela étant volontaire vues les quelques notions nouvelles qui seront abordées.

Parfois, ces réflexions seront simplifiées au strict nécessaire d’un point de vue logique afin de nous amener rapidement à l’essentiel. Parfois, ces réflexions seront accompagnées de remarques personnelles ou de digressions (celles-ci pouvant être des intuitions, des avis personnels ou des suggestions qui amènent à d’autres réflexions). Quelquefois encore, lorsque le sens me paraît difficile à donner de manière précise, ces réflexions pourront être “répétées” différemment, ce qui pourrait être perçu comme redondant. Des compléments de réflexion sont également exposés afin de tenter de faire des liens avec d’autres sujets (quelquefois à propos de phénomènes physiques, où les formules étudiées peuvent trouver une application ou fournir des explications).

Les 2 premières parties sont plus techniques que les suivantes, de plus, elles permettent de se rendre compte des liens qui existent entre les propriétés des nombres entiers, leur propriété de primalité, la logique binaire et le calcul propositionnel “classique”. Il est nécessaire d’aborder les parties de ce chapitre dans l’ordre tel qu’il est exposé.



# 1

## Correspondances entre formules, valeurs de vérité et énoncés

A partir de formules ne pouvant prendre que 2 valeurs (0 ou 1), et en attribuant une valeur de vérité (*vrai* ou *faux*) à ces 2 valeurs, il devient possible d'assimiler une formule à un système de "raisonnement cohérent", c'est-à-dire à un système qui permet de traiter un énoncé en lui attribuant une valeur de vérité (*vrai* ou *faux*).

Nous allons donc développer cela dans quelques cas intéressants. Remarquons qu'il est toujours nécessaire de donner le domaine de définition d'une variable ou plusieurs variables utilisées dans ces formules.

Pour la suite, nous attribueront la valeur de vérité "*vrai*" à la valeur "1" d'une formule, et la valeur de vérité "*faux*" à la valeur "0" de cette même formule.

## 1.1 Exemple des nombres impaires

Considérons la formule  $\sin^2\left(\frac{M.\pi}{2}\right)$  pour  $M \in \mathbb{N}$  :

$$\sin^2\left(\frac{M.\pi}{2}\right) = 0 \quad \text{si } M \text{ est paire}$$

$$\sin^2\left(\frac{M.\pi}{2}\right) = 1 \quad \text{si } M \text{ est impaire}$$

Et en attribuant les valeurs de vérité comme convenu :

“0” est équivalent à “*faux*”

“1” est équivalent à “*vrai*”

Nous pouvons établir que la formule permet d’attribuer une valeur de vérité à l’énoncé suivant :

**“ $M \in \mathbb{N}$  est telle que  $M$  est impaire”**

En effet, si  $M$  est paire, la formule vaut 0, ce qui signifie que l’énoncé est “*faux*” ( $M$  ne peut pas être paire et impaire à la fois). Et si  $M$  est impaire, la formule vaut 1, ce qui signifie que l’énoncé est “*vrai*”.

Ceci permet d’assimiler la formule  $\sin^2\left(\frac{M.\pi}{2}\right)$  pour  $M \in \mathbb{N}$  à un système de raisonnement cohérent qui permet d’attribuer une valeur de vérité à l’énoncé **“ $M \in \mathbb{N}$  est telle que  $M$  est impaire”**.



## 1.2 La formule $s(M)$

Rappelons que pour  $M \in \mathbb{N}$  tel que  $M \geq 2$ , nous avons  $s(M)$  (étudiée dans le **Chapitre 1**, en sous-partie “**3.1 Formule simplifiée  $s(M)$** ”) telle que :

$$\begin{array}{ll} s(M) = 1 & \text{si } M \in \mathbb{P} \\ s(M) = 0 & \text{si } M \notin \mathbb{P} \end{array}$$

Comme dans la sous-partie précédente, ceci permet d’attribuer une valeur de vérité à l’énoncé :

$$“M \in \mathbb{N}, M \geq 2 \text{ est telle que } M \in \mathbb{P}”$$

Et donc la formule  $s(M)$  peut être assimilée à un système de raisonnement cohérent qui permet d’attribuer une valeur de vérité à l’énoncé “ $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$ ”.

### 1.3 La formule $\mathfrak{I}(M)$

Rapidement avec la formule  $\mathfrak{I}(M)$ , nous allons voir que ce raisonnement est toujours possible pour les formules ne pouvant prendre que 2 valeurs (0 ou 1).

Pour  $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 0$  :

$$\begin{aligned}\mathfrak{I}(M) &= 1 && \text{si } M = 0 \\ \mathfrak{I}(M) &= 0 && \text{si } M > 0\end{aligned}$$

Ce qui permet d'attribuer une valeur de vérité à l'énoncé correspondant :

“ $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 0$  est telle que  $M = 0$ ”

La formule  $\mathfrak{I}(M)$  peut donc être assimilée à un système de raisonnement cohérent qui permet d'attribuer une valeur de vérité à l'énoncé correspondant.

Remarque :

Ajoutons que des tables de vérités ont été établies dans le **Chapitre 1** (en fin de sous-partie “**3.7 Equivalences de formules**”) entre autres à l'aide de la formule  $\mathfrak{I}(M)$ , pour lesquels nous avons défini 2 variable binaire  $B_1$  et  $B_2$  telles que  $M = B_1 + B_2$  ou telles que  $M = B_1.B_2$ . Ce qui a permis de conclure que toutes les propositions du calcul propositionnel “classique” peuvent être formées à partir de la formule  $\mathfrak{I}(M)$ .

## 1.4 La formule $f(M; x)$

Appliquons le même raisonnement avec la fomrule  $f(M; x)$ . Rappelons que cette formule est définie pour  $M \in \mathbb{N}$  tel que  $M \geq 2$  et pour  $N \in \mathbb{N}$  tel que  $N \geq 1$  (d'après cette formule,  $x$  est implicitement un nombre entier) :

$f(M; x) = 1$  pour  $M \in \mathbb{P}$ , si  $N$  est multiple de  $M^x$ .

$f(M; x) = 0$  pour  $M \in \mathbb{P}$ , si  $N$  non multiple de  $M^x$ .

$f(M; x) = 0$  pour  $M \notin \mathbb{P}$ , quelquesoit  $N \geq 1$ .

Ce qui permet d'attribuer une valeur de vérité à l'énoncé :

**" $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$**

**et**

**$N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 1$  est telle que  $N$  est multiple de  $M^x$ "**

La formule  $f(M; x)$  peut donc être assimilée à un système de raisonnement cohérent.

Séparation des conditions mentionnées dans un énoncé :

Remarquons que l'énoncé précédent contient 2 "conditions" qui doivent être *vraies* toutes les 2 en même temps pour que l'énoncé soit *vrai* dans son ensemble. Ces 2 conditions sont équivalentes à ces 2 énoncés distincts :

" $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$ "

Et

" $N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 1$  est telle que  $N$  est multiple de  $M^x$ "

Ainsi, il devient possible de ramener l'étude des valeurs de vérité d'un énoncé  $E_1$  contenant 2 conditions à l'étude des valeurs de vérité de 2 énoncés  $E_2$  qui équivaut à la 1<sup>ière</sup> condition et  $E_3$  qui équivaut à la 2<sup>ième</sup>.

Dans ce cas :

$E_1$ est <i>vrai</i>	si $E_2$ est <i>vrai</i>	et si $E_3$ est <i>vrai</i> .
$E_1$ est <i>faux</i>	si $E_2$ est <i>faux</i>	ou si $E_3$ est <i>faux</i> .

Ce qui signifie encore que :

" $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$ " correspond justement à la formule  $s(M)$  du point de vue de l'attribution des valeurs de vérités,

" $N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 1$  est telle que  $N$  est multiple de  $M^x$ " est supposée correspondre à une autre formule du point de vue de l'attribution des valeurs de vérités, que nous noterons  $F(M)$  (cette formule n'est pas connue).

Serait-il possible que la formule  $f(M; x)$  aie une autre écriture? Analysons la cohérence de cette situation en émettant l'hypothèse de l'existence de  $F(M)$ .

D'un point de vue strictement mathématique, cela implique de réécrire  $f(M; x)$  telle que :

$$f(M; x) = s(M).F(M)$$

Ce qui correspond bien aux valeurs de vérité définies précédemment :

$$\begin{array}{lll} f(M; x) = 1 & \text{si } s(M) = 1 & \text{et si } F(M) = 1 \\ f(M; x) = 0 & \text{si } s(M) = 0 & \text{ou si } F(M) = 0 \end{array}$$

Puisque, en assimilant la formule  $f(M; x)$  à un système permettant d'attribuer une valeur de vérité à l'énoncé  $E_1$  vu précédemment :

**“ $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$**

**et**

**$N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 1$  est telle que  $N$  est multiple de  $M^x$ ”**

En assimilant la formule  $s(M)$  à un système permettant d'attribuer une valeur de vérité à l'énoncé  $E_2$  vu précédemment :

**“ $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$ ”**

Et en assimilant la formule  $F(M)$  à un système permettant d'attribuer une valeur de vérité à l'énoncé  $E_3$  vu précédemment :

**“ $N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 1$  est telle que  $N$  est multiple de  $M^x$ ”**

Comme tout ceci nous permet de garder la cohérence des valeurs de vérité à propos des énoncés :

$$\begin{array}{lll} E_1 \text{ est } vrai & \text{si } E_2 \text{ est } vrai & \text{et si } E_3 \text{ est } vrai. \\ E_1 \text{ est } faux & \text{si } E_2 \text{ est } faux & \text{ou si } E_3 \text{ est } faux. \end{array}$$

Est-il possible de trouver une formule telle que  $F(M)$  ?

Comme nous connaissons  $f(M; x)$  et  $s(M)$ , Il nous suffit d'essayer de trouver  $F(M)$  :

$$f(M; x) = \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} \cdot \prod_{v=1}^{v=3} (M - v) \right) \cdot \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi \cdot F_p}{M^{F_c}} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi}{M} \right)}$$

Et

$$S(M) = \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} \cdot \prod_{v=1}^{v=3} (M - v) \right) \cdot \frac{\sin^2 \left( (M - 1)! \cdot \frac{\pi}{M} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi}{M} \right)}$$

Or,

$$f(M; x) = s(M) \cdot F(M)$$

D'où

$$F(M) = \frac{f(M; x)}{s(M)}$$

Et donc la formule  $F(M)$  :

$$F(M) = \frac{f(M; x)}{s(M)} = \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi \cdot F_p}{M^{F_c}} \right)}{\sin^2 \left( (M - 1)! \cdot \frac{\pi}{M} \right)}$$

Or,  $F(M)$  n'étant pas définie dans les cas (et ils sont nombreux) où :

$$\sin^2 \left( (M - 1)! \cdot \frac{\pi}{M} \right) = 0 \quad \text{car la division par 0 est interdite.}$$

Il est donc impossible de construire une telle formule de cette manière, c'est-à-dire qu'il est impossible de construire une telle formule seulement en séparant les 2 conditions de l'énoncé :

**“ $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$**

**et**

**$N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 1$  est telle que  $N$  est multiple de  $M^x$ ”**

Autre méthode, les tables de vérités :

En ramenant la recherche d'une formule telle que  $F(M)$  à l'étude de tables de vérité concernant les énoncés  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ , cette impossibilité apparaît encore plus clairement. Rappelons que :

- la valeur de vérité de  $E_1$  est à rattacher à la formule  $f(M; x)$  connue.
- la valeur de vérité de  $E_2$  est à rattacher à la formule  $s(M)$  connue.
- la valeur de vérité de  $E_3$  est à rattacher à la formule  $F(M)$  recherchée.

En considérant  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  comme étant des variables binaires, nous pouvons alors établir une table de vérité (en algèbre de *BOOLE*) :

$E_3$	$E_2$	$E_1 = E_2.E_3$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Où les valeurs de  $E_1$  dépendent des valeurs de  $E_2$  et des valeurs de  $E_3$ . Rechercher une formule  $F(M)$  de manière directe revient alors à supposer que les valeurs de  $E_3$  dépendent directement des valeurs de  $E_2$  et de  $E_1$ , or  $E_2$  est indépendant de  $E_3$ .

Ceci peut être représenté par une nouvelle table de vérité qui le montre clairement, il suffit de réarranger les lignes et les colonnes (sans changer les valeurs de vérité) :

$E_1$	$E_2$	$E_3 = ?$
0	0	0
0	0	1
0	1	0
1	1	1

Ici, il est impossible de formuler  $E_3$  en fonction de  $E_2$  et de  $E_1$ . En effet, puisque  $E_3$  peut prendre l'un ou l'autre des 2 états lorsque  $E_1$  et  $E_2$  ont tous les 2 l'état 0 (c'est le cas des 2 premières lignes de la table de vérité, en rouge). Dans ce cas, la valeur de  $E_3$  est "indécidable" en fonction de l'état de  $E_1$  et de  $E_2$ . Il est pourtant possible de donner une valeur dans les autres cas (les 2 dernières lignes de la table de vérité).

Il est donc impossible de donner l'énoncé  $E_3$  uniquement en fonction de  $E_1$  et de  $E_2$ . Et pour finir, il est donc impossible de donner une formule  $F(M)$  uniquement en fonction de  $s(M)$  et de  $f(M; x)$ . Ce qui revient à conclure la même chose que pour le paragraphe précédent, l'impossibilité de construire une formule telle que  $F(M)$  seulement à partir des formules  $s(M)$  et  $f(M; x)$  en séparant les 2 conditions de l'énoncé :

**“ $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$**

**et**

**$N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 1$  est telle que  $N$  est multiple de  $M^x$ ”**

Remarque :

Ces 2 méthodes peuvent être intéressantes pour la suite de nos réflexions, et pour d'autres formules ne pouvant prendre que 2 valeurs (telles que 0 ou 1).



## 1.5 Contenu d'un énoncé et valeurs de vérité

Nous avons vu précédemment que  $E_3$  ne pouvait s'exprimer uniquement en fonction de  $E_2$  et de  $E_1$ .

Ce qui peut permettre une réflexion générale sur la cohérence de la division d'un énoncé principal en plusieurs énoncés indépendants.

Brièvement, l'énoncé vu précédemment :

**" $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$ "**

contient lui aussi 2 conditions qui peuvent être vues comme des énoncés :

**" $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$ "**

Et

**" $M \in \mathbb{P}$ "**

Où les 2 conditions doivent être *vraies* pour que le 1<sup>ier</sup> énoncé soit *vrai*. Comme dans la sous-partie précédente, nous pouvons assimiler les énoncés :

**" $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$ "** à  $E_1$  (l'énoncé principal),

**" $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$ "** à  $E_2$  (l'énoncé indiquant la 1<sup>ière</sup> condition),

**" $M \in \mathbb{P}$ "** à  $E_3$  (l'énoncé indiquant la 2<sup>ième</sup> condition)

Nous nous retrouvons dans le même cas de figure, ce qui permet de conclure la même chose.

Maintenant, si nous essayons de clarifier un peu plus la situation en donnant des noms différents à  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ . C'est-à-dire :

Donnons à  $E_1$  le nom de *Conséquence*,

Donnons à  $E_2$  le nom de *Cause 2*,

Donnons à  $E_3$  le nom de *Cause 1*,

La *Conséquence* peut être réalisée (la valeur de vérité est 1) seulement :

si la *Cause 1* est réalisée (1<sup>ière</sup> condition dont la valeur de vérité est 1)  
 et  
 si la *Cause 2* l'est aussi (2<sup>ième</sup> condition dont la valeur de vérité est 1).

Et reconsidérons les tables de vérités de la sous-partie précédente, nous obtenons :

<i>Cause 1</i>	<i>Cause 2</i>	<i>Conséquence = Cause 1.Cause 2</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ou bien, en réarrangeant seulement les lignes et les colonnes :

<i>Conséquence</i>	<i>Cause 2</i>	<i>Cause 1 = ?</i>
0	0	0
0	0	1
0	1	0
1	1	1

Remarquons que nous devons interdire que :

*Conséquence* = 1 et *Cause 2* = 0 en même temps,

car cela serait incohérent (voir l'avant-dernière table de vérité).

Ceci permet de mieux comprendre les liens entre les énoncés de manière générale. Cela signifie en effet que :

- Si nous connaissons une formule ne pouvant prendre que des valeurs binaires (comme 0 ou 1) et qui représente la *Conséquence*,
- si nous connaissons aussi une formule ne pouvant prendre que des valeurs binaires (comme 0 ou 1) et qui représente la *Cause 2*,
- Et en sachant qu'il existe une condition qui interdit que *Conséquence* = 1 et *Cause 2* = 0 en même temps, ce qui se traduit également par l'impossibilité que la formule associée à la *Conséquence* prenne la valeur 1 lorsque la formule associée à la *Cause 2* a la valeur 0

⇒ Cela n'est pas suffisant pour permettre d'établir une formule qui représente complètement la *Cause* 1. Autrement dit, Il n'est pas possible de formuler les variations de la *Cause* 1 seulement à partir d'une formule représentant la *Conséquence* et d'une autre formule représentant la *Cause* 2.

Soit la *Cause* 1 peut être formulée de manière fiable seulement partiellement en fonction de la *Conséquence* et de la *Cause* 2, notamment pour les 2 dernières lignes de cette dernière table de vérité, soit la *Cause* 1 peut être formulée intégralement en fonction de la *Conséquence* et de la *Cause* 2, mais seulement de manière probable s'il est question d'intégrer toutes les lignes (et donc toutes les possibilités) à la formule liée à la *Cause* 1. Ceci est l'objet de la sous-partie suivante.

#### Exemple :

Prenons un exemple explicite :

Associons à la *Conséquence* l'énoncé "**il y a du verglas**" ,  
Associons à la *Cause* 1 l'énoncé "**il y a eu de la pluie**" ,  
Associons à la *Cause* 2 l'énoncé "**il a fait froid**".

En considérant que les cas "**il y a eu de la pluie**" et "**il a fait froid**" nous amène à constater qu' "**il y a du verglas**", alors le raisonnement précédent appliqué à cet exemple signifie tout simplement que :

Dans le cas où il n'y a pas de verglas (*Conséquence* = 0) Et où il n'y a pas eu de pluie (*Cause* 1 = 0),

Cela ne permet pas de déduire s'il a fait froid (*Cause* 2 = 1)  
Ou s'il a fait chaud (*Cause* 2 = 0).

En d'autres termes, nous n'avons pas assez d'information pour connaître la *Cause* 2. Pourtant, il est possible de savoir s'il fait chaud ou s'il fait froid lorsque nous avons plus d'informations (par exemple, en mesurant la température).

Remarque 1 :

Tout cela permet de sous-entendre une question à propos de la connaissance de la *Cause 1* par des règles logiques : Combien de “choses” ou de formules seraient nécessaires pour formuler la *Cause 1* ? Faut-il une quantité finie, une quantité infinie de choses supplémentaires pour formuler la *Cause 1* ? Ou bien est-ce qu’aucune quantité de chose supplémentaire ne peut permettre de formuler la *Cause 1* ? Et existe-t-il des cas où la *Cause 1* ne peut jamais être exprimée par des moyens logiques ?

Remarque 2 :

Existe-t-il des cas de portes logiques permettant d’exprimer la *Cause 1* uniquement en fonction de la *Conséquence* et de la *Cause 2* ?

Pour répondre à cette question, nous allons aborder différentes portes logiques, au moins les plus courantes, et leur table de vérité associée. Nous allons étudier les cas des portes logiques :

*ET (AND),*

*ET COMPLEMENTAIRE (NAND),*

*OU (OR),*

*OU COMPLEMENTAIRE (NOR),*

*OU – EXCLUSIF,*

*OU – EXCLUSIF COMPLEMENTAIRE.*

- Pour la porte logique “*ET*” (ou “*AND*”), la réponse est NON : dans ce cas, il n’est pas possible, d’exprimer la *Cause 1* uniquement en fonction de la *Conséquence* et de la *Cause 2*. En effet, celle-ci vient d’être traitée puisque nous avons noté (en algèbre de *BOOLE*) :

$$Conséquence = Cause\ 1.Cause\ 2$$

- La porte logique “*ET NON*” (ou “*NAND*”) est la fonction complémentaire de la fonction “*ET*” , elle peut être notée (en algèbre de *BOOLE*) :

$$Conséquence = \overline{Cause\ 1.Cause\ 2}$$

En regroupant les résultats dans une table de vérité :

<i>Cause 1</i>	<i>Cause 2</i>	$Conséquence = \overline{Cause\ 1.Cause\ 2}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ou bien, en réarrangeant seulement les lignes et les colonnes :

<i>Conséquence</i>	<i>Cause 2</i>	<i>Cause 1 = ?</i>
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0

La réponse est NON compte tenu des 2 lignes centrales (en rouge) : dans ce cas, il n'est pas possible, d'exprimer la *Cause 1* uniquement en fonction de la *Conséquence* et de la *Cause 2*.

- La porte logique “OU” (ou “OR”), elle peut être notée (en algèbre de *BOOLE*) :

$$Conséquence = Cause\ 1 + Cause\ 2$$

En regroupant les résultats dans une table de vérité :

<i>Cause 1</i>	<i>Cause 2</i>	<i>Conséquence = Cause 1 + Cause 2</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Ou bien, en réarrangeant seulement les lignes et les colonnes :

<i>Conséquence</i>	<i>Cause 2</i>	<i>Cause 1 = ?</i>
0	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

La réponse est NON compte tenu des 2 dernières lignes (en rouge) : dans ce cas, il n'est pas possible, d'exprimer la *Cause 1* uniquement en fonction de la *Conséquence* et de la *Cause 2*.

- La porte logique “*OU NON*” (ou “*NOR*”) est la fonction complémentaire de la fonction “*OU*” , elle peut être notée (en algèbre de *BOOLE*) :

$$Conséquence = \overline{Cause\ 1 + Cause\ 2}$$

En regroupant les résultats dans une table de vérité :

<i>Cause 1</i>	<i>Cause 2</i>	$Conséquence = \overline{Cause\ 1 + Cause\ 2}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Ou bien, en réarrangeant seulement les lignes et les colonnes :

<i>Conséquence</i>	<i>Cause 2</i>	<i>Cause 1 = ?</i>
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0

La réponse est NON compte tenu des 2 lignes centrales (en rouge) : dans ce cas, il n'est pas possible, d'exprimer la *Cause 1* uniquement en fonction de la *Conséquence* et de la *Cause 2*.

- La porte logique “*OU EXCLUSIF*” , elle peut être notée (en algèbre de *BOOLE*) :

$$Conséquence = Cause\ 1 \oplus Cause\ 2$$

Ce qui équivaut à :

$$Conséquence = (Cause\ 1 + Cause\ 2) \cdot \overline{(Cause\ 1 \cdot Cause\ 2)}$$

En regroupant les résultats dans une table de vérité :

<i>Cause 1</i>	<i>Cause 2</i>	<i>Conséquence = Cause 1 <math>\oplus</math> Cause 2</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ou bien, en réarrangeant seulement les lignes et les colonnes :

<i>Conséquence</i>	<i>Cause 2</i>	<i>Cause 1</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

La réponse est OUI : il existe au moins un cas où il est possible d’exprimer la *Cause 1* uniquement en fonction de la *Conséquence* et de la *Cause 2*, c’est le cas de la porte logique “*OU EXCLUSIF*”.



En effet puisque nous obtenons à nouveau la table de vérité de la fonction “*OU EXCLUSIF*” telle que :

$$Cause\ 1 = Conséquence \oplus Cause\ 2$$

De manière “symétrique” , il est possible d’établir la même conclusion pour la *Cause 2*, nous obtenons aussi :

$$Cause\ 2 = Conséquence \oplus Cause\ 1$$

Pour récapituler, cela signifie que :

Si  $Conséquence = Cause\ 1 \oplus Cause\ 2$   
Alors  $Cause\ 1 = Conséquence \oplus Cause\ 2$   
Ou alors  $Cause\ 2 = Conséquence \oplus Cause\ 1$

Ainsi, pour en revenir aux énoncés, tout énoncé  $E_1$  contenant 2 conditions telles que  $E_2$  et  $E_3$  répondent aux exigences de la porte logique “*OU EXCLUSIF*”, c’est-à-dire que :

Si  $E_2$  est *faux* et si  $E_3$  est *faux*, on déduit  $E_1$  est *faux*,  
Si  $E_2$  est *faux* et si  $E_3$  est *vrai*, on déduit  $E_1$  est *vrai*,  
Si  $E_2$  est *vrai* et si  $E_3$  est *faux*, on déduit  $E_1$  est *vrai*,  
Si  $E_2$  est *vrai* et si  $E_3$  est *vrai*, on déduit  $E_1$  est *faux*,

Alors dans ce cas, tout énoncé  $E_1$ ,  $E_2$  ou  $E_3$  est déductible des 2 autres.

Si l’on se contente des seules formules  $f(M; x)$  et  $s(M)$ , et étant donné que la formule  $F(M)$  ne répond pas à ces exigences, il est impossible de la trouver par la méthode que nous avons employé dans la sous-partie “**1.4 La formule  $f(M; x)$** ” (page 11).

*Complément de réflexion :*

D'autre part et pour finir avec la porte logique "*OU EXCLUSIF*", il est possible d'établir une correspondance strictement mathématique avec cette dernière. A ce sujet, les formules ne pouvant prendre que 2 valeurs (0 ou 1) sont particulièrement intéressantes.

En nommant  $C_1$  (à rattacher à la *Cause 1*) une formule mathématique ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

En nommant  $C_2$  (à rattacher à la *Cause 2*) une autre formule mathématique ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

Et en nommant  $R$  (à rattacher à la *Conséquence*) une formule mathématique ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

Etant donné la porte logique "*OU EXCLUSIF*" notée :

$$Conséquence = Cause\ 1 \oplus Cause\ 2$$

L'équivalent strictement mathématique (c'est-à-dire avec les opérateurs mathématiques usuels : addition, soustraction, multiplication, division) pour les formules  $C_1$ ,  $C_2$ , et  $R$  est :

$$R = C_1 + C_2 - 2.C_1.C_2$$

En effet, nous vérifions facilement l'analogie entre la table de vérité de  $Conséquence = Cause\ 1 \oplus Cause\ 2$  et la formule de  $R$  puisque d'un point de vue strictement mathématique, nous avons :

$C_1$	$C_2$	$R = C_1 + C_2 - 2.C_1.C_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Et comme nous savons que :

Si  $Conséquence = Cause\ 1 \oplus Cause\ 2$   
Alors  $Cause\ 1 = Conséquence \oplus Cause\ 2$   
Ou alors  $Cause\ 2 = Conséquence \oplus Cause\ 1$

Vue l'analogie entre la table de vérité de *Conséquence* et les valeurs de la formule de *R*, d'un point de vue strictement mathématique, nous pouvons alors déduire que :

Si  $R = C_1 + C_2 - 2.C_1.C_2$   
Alors  $C_1 = R + C_2 - 2.R.C_2$   
Ou alors  $C_2 = R + C_1 - 2.R.C_1$

Mais il existe également une écriture alternative à celles-ci, étant donné l'identité remarquable :

$$(C_1 - C_2)^2 = (C_1)^2 + (C_2)^2 - 2.(C_1).(C_2)$$

Or, pour  $C_1$  et  $C_2$  des nombres ne pouvant prendre pour valeurs que 0 ou 1, nous avons la possibilité de simplifier ainsi :

$$\begin{aligned}(C_1)^2 &= C_1 \\ (C_2)^2 &= C_2\end{aligned}$$

D'où

$$(C_1 - C_2)^2 = C_1 + C_2 - 2.C_1.C_2$$

Et donc les écritures alternatives :

$$\begin{aligned}R &= (C_1 - C_2)^2 \\ C_1 &= (R - C_2)^2 \\ C_2 &= (R - C_1)^2\end{aligned}$$

Dans ce cas, toutes formules répondant aux règles logiques équivalentes à celles du “*OU EXCLUSIF*” se déduisent les unes à partir des autres.

- La porte logique “*OU EXCLUSIF COMPLEMENTAIRE*” notée (en algèbre de *BOOLE*) :

$$Conséquence = \overline{Cause\ 1 \oplus Cause\ 2}$$

Ce qui équivaut à :

$$Conséquence = (Cause\ 1.Cause\ 2) + \overline{(Cause\ 1 + Cause\ 2)}$$

En regroupant les résultats dans une table de vérité :

<i>Cause 1</i>	<i>Cause 2</i>	$\overline{Cause\ 1 \oplus Cause\ 2}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ou bien, en réarrangeant seulement les lignes et les colonnes :

<i>Conséquence</i>	<i>Cause 2</i>	<i>Cause 1</i>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

La réponse est OUI : il existe un 2<sup>ième</sup> cas où il est possible d’exprimer la *Cause 1* uniquement en fonction de la *Conséquence* et de la *Cause 2*, c’est le cas de la porte logique “*OU EXCLUSIF COMPLEMENTAIRE*”.

En effet puisque nous obtenons à nouveau la table de vérité de la fonction “OU EXCLUSIF COMPLEMENTAIRE” telle que :

$$Cause\ 1 = \overline{Conséquence \oplus Cause\ 2}$$

De manière “symétrique” , il est possible d’établir la même conclusion pour la *Cause 2*, nous obtenons aussi :

$$Cause\ 2 = \overline{Conséquence \oplus Cause\ 1}$$

Pour récapituler, cela signifie que :

$$\begin{array}{ll} \text{Si} & \overline{Conséquence} = \overline{Cause\ 1 \oplus Cause\ 2} \\ \text{Alors} & Cause\ 1 = \overline{Conséquence \oplus Cause\ 2} \\ \text{Ou alors} & Cause\ 2 = \overline{Conséquence \oplus Cause\ 1} \end{array}$$

Ainsi, pour en revenir aux énoncés, tout énoncé  $E_1$  contenant 2 conditions telles que  $E_2$  et  $E_3$  répondent aux exigences de la porte logique “OU EXCLUSIF COMPLEMENTAIRE”, c’est-à-dire que :

Si  $E_2$  est *faux* et si  $E_3$  est *faux*, on déduit  $E_1$  est *vrai*,  
 Si  $E_2$  est *faux* et si  $E_3$  est *vrai*, on déduit  $E_1$  est *faux*,  
 Si  $E_2$  est *vrai* et si  $E_3$  est *faux*, on déduit  $E_1$  est *faux*,  
 Si  $E_2$  est *vrai* et si  $E_3$  est *vrai*, on déduit  $E_1$  est *vrai*,

Alors dans ce cas, tout énoncé  $E_1$ ,  $E_2$  ou  $E_3$  est déductible des 2 autres.

Même remarque que pour la porte logique “OU EXCLUSIF” : si l’on se contente des seules formules  $f(M; x)$  et  $s(M)$ , et étant donné que la formule  $F(M)$  ne répond pas à ces exigences, il est impossible de la trouver par la méthode que nous avons employé dans la sous-partie “**1.4 La formule  $f(M; x)$** ” (page 11).

*Complément de réflexion :*

Il est possible ici aussi d'établir une correspondance strictement mathématique à la porte logique “*OU EXCLUSIF COMPLEMENTAIRE*”, grâce aux formules ne pouvant prendre pour valeurs que 0 ou 1.

En nommant  $C_1$  (à rattacher à la *Cause 1*) une formule mathématique ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

En nommant  $C_2$  (à rattacher à la *Cause 2*) une autre formule mathématique ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

Et en nommant  $R$  (à rattacher à la Conséquence) une formule mathématique ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

Etant donné la porte logique “*OU EXCLUSIF COMPLEMENTAIRE*” notée :

$$Conséquence = \overline{Cause\ 1 \oplus Cause\ 2}$$

L'équivalent strictement mathématique (c'est-à-dire avec les opérateurs mathématiques usuels : addition, soustraction, multiplication, division) pour les formules  $C_1$ ,  $C_2$ , et  $R$  est :

$$R = 1 - (C_1 + C_2 - 2.C_1.C_2)$$

Et comme nous savons que :

$$\text{Si} \quad \quad \quad Conséquence = \overline{Cause\ 1 \oplus Cause\ 2}$$

$$\text{Alors} \quad \quad Cause\ 1 = \overline{Conséquence \oplus Cause\ 2}$$

$$\text{Ou alors} \quad Cause\ 2 = \overline{Conséquence \oplus Cause\ 1}$$

Alors, et d'un point de vue strictement mathématique, nous pouvons déduire que :

$$\text{Si} \quad \quad \quad R = 1 - (C_1 + C_2 - 2.C_1.C_2)$$

$$\text{Alors} \quad \quad C_1 = 1 - (R + C_2 - 2.R.C_2)$$

$$\text{Ou alors} \quad C_2 = 1 - (R + C_1 - 2.R.C_1)$$

Ici aussi (et comme pour la porte logique “*OU EXCLUSIF*”), les écritures alternatives sont données simplement par :

$$R = 1 - (C_1 - C_2)^2$$

$$C_1 = 1 - (R - C_2)^2$$

$$C_2 = 1 - (R - C_1)^2$$

Dans ce cas, toutes formules répondant aux règles logiques équivalentes à celles du “*OU EXCLUSIF COMPLEMENTAIRE*” se déduisent les unes à partir des autres.

## 1.6 Variable binaire U de valeur de vérité indéfinissable

Partant du constat précédent qu'il est impossible de construire une formule telle que  $F(M)$  seulement à partir des formules  $f(M; x)$  et  $s(M)$ , et uniquement en séparant les 2 conditions de l'énoncé :

“ $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est telle que  $M \in \mathbb{P}$

et

$N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 1$  est telle que  $N$  est multiple de  $M^x$ ”

Reprenons la nomenclature des 3 énoncés  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ . Reprenons également l'égalité  $E_1 = E_2.E_3$ .

Rappelons la table de vérité à propos de l'égalité correspondante (en algèbre de *BOOLE*) :

$E_3$	$E_2$	$E_1 = E_2.E_3$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ou bien, en réarrangeant seulement les lignes et les colonnes :

$E_1$	$E_2$	$E_3 = ?$
0	0	0
0	0	1
0	1	0
1	1	1

Remarquons que la situation  $E_1 = 1$  et  $E_2 = 0$  en même temps n'existe pas, nous devons l'interdire lorsque nous faisons varier  $E_1$  et  $E_2$ .

Dans les 2 dernières lignes, la variable  $E_2$  est inutile : il est possible de connaître  $E_3$  seulement en connaissant  $E_1$ .



Nous avons pour les 2 dernières lignes, c'est-à-dire lorsque  $E_2 = 1$  :

$$E_3 = E_1$$

Nous avons pour les 2 premières lignes, c'est-à-dire lorsque  $E_2 = E_1 = 0$  :

Une impossibilité à définir  $E_3$  en fonction de  $E_1$ .

Introduisons une nouvelle variable binaire  $U$  indépendante d'un système dont la valeur de vérité ne peut être définie par un système de règles (elle peut valoir soit 0 soit 1, mais sa valeur ne peut être "prédite" , cela introduit une part de probabilité). Il devient alors possible d'établir une égalité qui tient compte de l'impossibilité de donner  $E_3$  en fonction de  $E_1$  et  $E_2$  lorsque ces dernières valent 0 en même temps.

Nous avons pour les 2 premières lignes, c'est-à-dire lorsque  $E_2 = E_1 = 0$  :

$$E_3 = U$$

Et en récapitulant :

$$\begin{array}{ll} E_3 = E_1 & \text{lorsque } E_2 = 1 \\ E_3 = U & \text{lorsque } E_2 = 0 \end{array}$$

Ce qui permet d'écrire :

$$E_3 = E_2.E_1 + \overline{E_2}.U$$

avec la condition d'interdiction que  $E_1 = 1$  et  $E_2 = 0$  en même temps. Remarque : grâce à cette formule, enlever l'interdiction n'a pas d'incidence sur les résultats. En effet, puisque seul  $E_2 = 0$  est nécessaire pour donner l'égalité, cette égalité peut donc être donnée indépendamment de  $E_1$  (c'est-à-dire quelquesoit sa valeur).

D'un point de vue strictement mathématique, il devient possible de transcrire cela en admettant d'introduire une variable  $U$  équivalente : une variable  $U$  indépendante ne pouvant prendre que 2 valeurs (0 ou 1) et ne pouvant être représentée à l'aide d'une formule précise ( $U$  peut valoir soit 0 soit 1, mais sa valeur ne peut être "prédite").

En reprenant les formules (seulement à titre d'exemple)  $F(M)$ ,  $s(M)$  et  $f(M; x)$ , nous avons :

$$F(M) = s(M).f(M; x) + [1 - s(M)].U$$

avec la condition d'interdiction que  $f(M; x) = 1$  et  $s(M) = 0$  en même temps (car cette situation est incohérente, bien que nous venons de voir qu'enlever l'interdiction n'a pas d'incidence sur les résultats).

Nous pouvons donner des équivalences strictement mathématiques plus générales avec des formules “binaires” (ne donnant pour valeur que 0 ou 1) :

En nommant  $F_1$  (à rattacher à l'énoncé  $E_1$ ) une formule mathématique binaire ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

En nommant  $F_2$  (à rattacher à l'énoncé  $E_2$ ) une autre formule mathématique binaire ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

En nommant  $F_3$  (à rattacher à l'énoncé  $E_3$ ) une dernière formule mathématique binaire ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

Et en nommant  $U$  (à rattacher à la variable de valeur de vérité indéfinissable  $U$ ) une formule mathématique binaire ne pouvant prendre que de manière indéfinissable (ou probable) la valeur 0 ou 1,

Pour  $E_1 = E_2.E_3$ , nous avons l'égalité strictement mathématiques :

$$F_1 = F_2.F_3$$

Pour  $E_3 = E_2.E_1 + \overline{E_2}.U$ , l'égalité strictement mathématiques s'écrit :

$$F_3 = F_2.F_1 + [1 - F_2].U$$

Remarque 1 :

Il est possible d'établir le même raisonnement concernant les autres portes logiques, pour lesquelles la *Cause* 1 ne peut être exprimée uniquement en fonction de la *Conséquence* et de la *Cause* 2.

Par exemple, prenons la porte logique “OU” (il n’y a plus de liens entre les formules  $F(M)$ ,  $s(M)$  et  $f(M;x)$  dans cet exemple). Nous avons noté :

Donnons à  $E_1$  le nom de *Conséquence*,  
Donnons à  $E_2$  le nom de *Cause* 2,  
Donnons à  $E_3$  le nom de *Cause* 1,

Dont la table de vérité à propos de l'égalité correspondante est rappelée (en algèbre de *BOOLE*) :

$E_3$	$E_2$	$E_1 = E_3 + E_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Ou bien, en réarrangeant seulement les lignes et les colonnes :

$E_1$	$E_2$	$E_3 = ?$
0	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Remarquons que la situation  $E_1 = 0$  et  $E_2 = 1$  en même temps n'existe pas, nous devons l'interdire lorsque nous faisons varier  $E_1$  et  $E_2$ .

Dans les 2 premières lignes, la variable  $E_2$  est inutile : il est possible de connaître  $E_3$  seulement en connaissant  $E_1$ .

Nous avons pour les 2 premières lignes, c'est-à-dire lorsque  $E_2 = 0$  :

$$E_3 = E_1$$

Nous avons pour les 2 dernières lignes, c'est-à-dire lorsque  $E_2 = 1$  :

Une impossibilité à définir  $E_3$  en fonction de  $E_1$  (car  $E_1 = E_2 = 1$ , donc  $E_1$  et  $E_2$  ne varient pas alors que  $E_3$  varie).

Comme précédemment, en introduisant une nouvelle variable binaire  $U$  indépendante d'un système et dont la valeur de vérité ne peut être définie par un système de règles (elle peut valoir soit 0 soit 1, mais sa valeur ne peut être "prédite", cela introduit une part de probabilité). Il devient alors possible d'établir une égalité qui tient compte de l'impossibilité de donner  $E_3$  en fonction de  $E_1$  et  $E_2$  lorsque ces dernières valent 1 en même temps.

Nous avons pour les 2 dernières lignes, c'est-à-dire lorsque  $E_2 = E_1 = 1$  :

$$E_3 = U$$

Et en récapitulant :

$$\begin{array}{ll} E_3 = E_1 & \text{lorsque } E_2 = 0 \\ E_3 = U & \text{lorsque } E_2 = 1 \end{array}$$

Ce qui permet d'écrire :

$$E_3 = \overline{E_2}.E_1 + E_2.U$$

avec la condition d'interdiction que  $E_1 = 0$  et  $E_2 = 1$  en même temps. Même remarque que précédemment : grâce à cette formule, enlever l'interdiction n'a pas d'incidence sur les résultats. En effet, puisque seul  $E_2 = 1$  est nécessaire pour donner l'égalité, l'égalité peut donc être donnée indépendamment de  $E_1$  (c'est-à-dire quelquesoit sa valeur).

Nous pouvons donner des équivalences strictement mathématiques et générales avec des formules “binaires” (ne donnant pour valeur que 0 ou 1) ici aussi :

En nommant  $F_1$  (à rattacher à l'énoncé  $E_1$ ) une formule mathématique binaire ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

En nommant  $F_2$  (à rattacher à l'énoncé  $E_2$ ) une autre formule mathématique binaire ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

En nommant  $F_3$  (à rattacher à l'énoncé  $E_3$ ) une dernière formule mathématique binaire ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1,

Et en nommant  $U$  (à rattacher à la variable de valeur de vérité indéfinissable  $U$ ) une formule mathématique binaire ne pouvant prendre que de manière indéfinissable (ou probable) la valeur 0 ou 1,

Pour  $E_1 = E_2 + E_3$  , nous avons l'égalité strictement mathématiques :

$$F_1 = F_2 + F_3 - F_2.F_3$$

Ou encore :

$$F_1 = (F_2 - F_3)^2 + F_2.F_3$$

En effet puisque :

$$\begin{aligned}(F_2 - F_3)^2 + F_2.F_3 &= F_2^2 + F_3^2 - 2.F_2.F_3 + F_2.F_3 \\ &= F_2^2 + F_3^2 - F_2.F_3\end{aligned}$$

Et comme :

$$\begin{array}{ll}F_2^2 = F_2 & \text{pour les formules binaires} \\ F_3^2 = F_3 & \text{pour les formules binaires}\end{array}$$

Nous déduisons :

$$(F_2 - F_3)^2 + F_2.F_3 = F_2 + F_3 - F_2.F_3$$

Ce qui explique l'égalité précédente.

De cette manière, nous pouvons directement constater que l'équivalent strictement mathématiques de la porte logique “*OU*” fait directement apparaître la somme de :

$(F_2 - F_3)^2$  la porte logique “*OU EXCLUSIF*” entre les formules  $F_2$  et  $F_3$ ,

$F_2.F_3$  la porte logique “*ET*” entre les formules  $F_2$  et  $F_3$ .

Pour finir, l'écriture en algèbre de BOOLE de :

$$E_3 = \overline{E_2}.E_1 + E_2.U$$

permet de donner une écriture strictement mathématique équivalente :

$$F_3 = [1 - F_2].F_1 + F_2.U$$

Remarque 2 :

L'utilité de cette partie pourrait être remise en cause : bien que la démarche (l'introduction d'une variable  $U$  de valeur de vérité indéfinissable) ne soit pas conventionnelle, il me semble cependant nécessaire de préciser qu'il existe un lien avec la suite de la réflexion, notamment avec les énoncés *vrais* et *indémontrables* (entre autres) auxquels nous feront référence dans la partie “**3 Preuve de la liberté**” (page 53). Il est important de comprendre cette partie pour comprendre ce lien et la pertinence de l'ensemble.

## 1.7 Contre-exemple : la formule $\mathfrak{J}(M)$

Cette sous-partie vient proposer un “contre-exemple” qui complètera les réflexions précédentes, sans pour autant les contredire. En reprenant la formule  $\mathfrak{J}(M)$  étudiée dans le **Chapitre 1** en sous-partie “**3.4 Formule d’Impulsion Première  $\mathfrak{J}(M)$** ”, avec  $M \in \mathbb{N}$ , avec  $P_n \in \mathbb{P}$  et avec  $d \in \mathbb{N}$  tel que  $d \geq 0$ , nous avons pu formuler :

$$\begin{aligned}\mathfrak{J}(M) &= s(2.M + 2) \\ &= s[P_n.(d.M + 1)] \\ &= s(M + 2).s(M + 3)\end{aligned}$$

Ces formules sont typiquement celles que l’on peut intégrer dans les tables de vérité de l’algèbre de *BOOLE* étant donné qu’elles ne peuvent prendre que 2 valeurs (0 ou 1).

Prenons les formules suivantes :

$$s(2.M + 2)$$

$$s(M + 2)$$

$$s(M + 3)$$

Associons chacune de ces 3 formules à un énoncé :

Associons l’énoncé  $E_1$  à la formule  $s(2.M + 2)$ ,

Associons l’énoncé  $E_2$  à la formule  $s(M + 2)$ ,

Associons l’énoncé  $E_3$  à la formule  $s(M + 3)$ ,

Avec les énoncés exprimés de manière adéquat :

L’énoncé  $E_1$  : “ $M \in \mathbb{N}$  **est telle que**  $(M + 2) \in \mathbb{P}$  **et**  $(M + 3) \in \mathbb{P}$ ”

L’énoncé  $E_2$  : “ $M \in \mathbb{N}$  **est telle que**  $(M + 2) \in \mathbb{P}$ ”

L’énoncé  $E_3$  : “ $M \in \mathbb{N}$  **est telle que**  $(M + 3) \in \mathbb{P}$ ”

(*Remarque* : l’énoncé  $E_1$  est également équivalent à l’énoncé :  
“ $M \in \mathbb{N}$  **est telle que**  $(2M + 2) \in \mathbb{P}$ ”)

En donnant les valeurs de vérité 1 équivalente à “*vrai*” et 0 équivalente à “*faux*”, il devient possible de donner une table de vérité comme nous l’avons fait jusqu’à maintenant. D’après l’énoncé  $E_1$  (ou d’après l’égalité de  $s(2.M+2) = s(M+2).s(M+3)$ , ce qui revient au même), nous constatons que l’expression logique de  $E_2$  et de  $E_3$  peut se faire par une porte logique “*ET*” :

$$E_1 = E_2.E_3$$

Voici maintenant l’intérêt de ce contre-exemple :

Comme dans les sous-parties précédentes, en supposant que la formule  $s(M+3)$  ne soit pas connue, si nous essayons de la rechercher uniquement à partir des formules que nous connaissons, à savoir  $s(2.M+2)$  et  $s(M+2)$ , nous aboutirons aux mêmes conclusions. C’est-à-dire que nous concluerons que le nombre d’informations dont nous disposons n’est pas suffisant pour donner une formule qui correspond à celle de  $s(M+3)$ .

En effet, en considérant  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  comme étant des variables binaires, nous pouvons alors établir une table de vérité (en algèbre de *BOOLE*) :

- la valeur de vérité de  $E_1$  est à rattacher à la formule  $s(2.M+2)$  connue.
- la valeur de vérité de  $E_2$  est à rattacher à la formule  $s(M+2)$  connue.
- la valeur de vérité de  $E_3$  est à rattacher à la formule  $s(M+3)$  recherchée.

$E_3$	$E_2$	$E_1 = E_2.E_3$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Où les valeurs de  $E_1$  dépendent des valeurs de  $E_2$  et des valeurs de  $E_3$ . Rechercher une formule telle que  $s(M+3)$  de manière directe revient alors à supposer que les valeurs de  $E_3$  dépendent directement des valeurs de  $E_2$  et de  $E_1$ , or, nous l’avons déjà vu,  $E_2$  est indépendant de  $E_3$ .

Ou bien, en réarrangeant seulement les lignes et les colonnes :

$E_1$	$E_2$	$E_3 = ?$
0	0	0
0	0	1
0	1	0
1	1	1



Comme prévu, nous concluons que connaître  $E_1$  et  $E_2$  n'est pas suffisant pour connaître  $E_3$ . Et donc finalement, connaître la formule  $s(2.M + 2)$  et la formule  $s(M + 2)$  n'est pas suffisant pour connaître la formule rattachée à l'énoncé  $E_3$ .

Or, la formule rattachée à  $E_3$  existe puisqu'il s'agit de  $s(M + 3)$ . Pour en revenir aux sous-parties précédentes, ce contre-exemple permet de dire qu'il n'est pas impossible qu'il existe une formule telle que  $F(M)$  et qui se rattache à l'énoncé :

“ $N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 1$  est telle que  $N$  est multiple de  $M^x$ ”,  
et dont  $F(M)$  donnerait directement une valeur de vérité à cet énoncé.

Dans ce contre-exemple, il est possible de compléter les réflexions des sous-parties précédentes en constatant que le manque d'informations ou de connaissances pour exprimer une formule ne veut pas systématiquement dire qu'exprimer cette formule soit impossible.

#### Remarque :

A propos de la formule de  $F(M)$  recherchée dans la sous-partie “**1.4 La formule**  $f(M; x)$ ” (page 11), si cette formule existe, nous pouvons anticiper quelques informations sur celle-ci :

- Puisque les résultats des 2 autres formules  $f(M; x)$  et  $s(M)$  ne peuvent être que “binaires” (c'est-à-dire 0 ou 1),
- Et puisque  $F(M)$  doit au moins respecter l'égalité :

$$f(M; x) = s(M).F(M)$$

- Nous pouvons tout de même affirmer que s'il était permis de trouver une telle formule, cette formule serait nécessairement de type “binaire” : c'est-à-dire que les résultats qu'elle devrait fournir seraient exclusivement 0 ou 1, ce qui permettrait d'attribuer une valeur de vérité à l'énoncé correspondant.

## 1.8 Observations

- D'après ce que nous venons de voir dans le premier chapitre :

il existe des formules mathématiques “binaires” qui ne peuvent fournir que 2 valeurs (comme 0 ou 1) telles que  $s(M)$ ,  $\mathfrak{I}(M)$ , ou  $f(M; x)$ .

- D'après ce que nous venons de voir dans ce chapitre, il est possible d'établir un lien direct entre ces valeurs et les valeurs de vérité d'un énoncé.

- Le choix du contenu de l'énoncé se fait simplement :

Lorsqu'une formule vaut 1, il suffit de décrire la situation pour laquelle cela est exclusivement le cas, ce qui permet de construire l'énoncé qui se rattache à cette formule. Lorsque la formule vaut 0, l'énoncé est forcément *vrai*. Par conséquent, lorsque la formule vaut 0, l'énoncé est *faux*.

Par exemple :

Rappelons que pour  $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$ , nous avons  $s(M)$  telle que :

$$\begin{array}{ll} s(M) = 1 & \text{si } M \in \mathbb{P} \\ s(M) = 0 & \text{si } M \notin \mathbb{P} \end{array}$$

Pour construire l'énoncé, il suffit de décrire la situation pour laquelle  $s(M) = 1$ .

C'est le cas pour ce qui suit : “ $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  est tel que  $M \in \mathbb{P}$ ”

En effet, en donnant :

La valeur de vérité correspondant au résultat 1 de la formule est “*vrai*” ,  
La valeur de vérité correspondant au résultat 0 de la formule est “*faux*”.

Au regard de l'énoncé, nous vérifions bien la cohérence entre sa valeur de vérité et le résultat de la formule associée. Ce qui ne peut être autrement puisque nous avons attribué à chaque valeur de vérité une valeur unique de la formule, et donc à chaque valeur de la formule ne correspond qu'une seule valeur de vérité.

Ce qui permet d'avoir un lien direct et clairement défini entre une formule “binaire” et la valeur de vérité d'un énoncé correspondant.

Et donc, dans notre exemple, et étant donné que la variable  $M$  est définie tel que  $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  :

si  $s(M) = 0$ , l'énoncé est effectivement *faux* (puisque  $M \notin \mathbb{P}$ , et cela est cohérent avec la formule).

si  $s(M) = 1$ , l'énoncé est effectivement *vrai* (puisque  $M \in \mathbb{P}$ , et cela est cohérent avec la formule).

## 1.9 Conclusions et orientations

- Dans cette conclusion, nous allons nous orienter vers une application possible des formules étudiées à des phénomènes physiques, dans la limite de ce que ces formules permettraient.

Il est important de remarquer qu'il est possible d'établir un lien entre la logique binaire (c'est-à-dire le calcul propositionnel "classique") et une formule telle que  $f(M; x)$ . La formule  $D(N)$  contient la formule principale  $f(M; x)$ . La formule  $f(M; x)$  permet d'effectuer un traitement sur la propriété de "primalité" d'un nombre entier (un nombre entier supérieur ou égal à 2 ne peut être que premier ou composé).

Etant donné la formule de décomposition  $D(N)$  d'un nombre entier  $N \in \mathbb{N}$  tel que  $N \geq 2$  en produit de facteurs premiers, Cette formule doit permettre de traiter les ondes, de telle manière qu'il devienne possible de décomposer une longueur d'onde  $N$  en longueurs d'ondes fondamentales.

Appliquée aux ondes (tel que l'onde d'un photon, particule de lumière), la formule  $f(M; x)$  permettrait de les traiter, et permettrait de construire une logique binaire (en rapport direct avec le calcul propositionnel "classique") à partir des propriétés de primalité de la valeur d'une longueur d'onde par rapport à une autre (nous parlons de 2 ondes puisque la formule permet la comparaison de la variable  $N$  à par la variable  $M$ ).

### Remarque importante :

Dans le cas des formules plus simples  $s(M)$  et  $\mathfrak{I}(M)$ , il n'est pas besoin de traiter toutes les longueurs d'ondes  $M$  pour constituer une logique binaire, il ne suffit que de 2 longueurs d'ondes : une longueur d'onde associée à  $M$  correspondant à l'état binaire  $s(M) = 0$  (ou à  $\mathfrak{I}(M) = 0$ ), et une autre longueur d'onde associée à  $M$  correspondant à l'état binaire  $s(M) = 1$  (ou respectivement à  $\mathfrak{I}(M) = 1$ ).

Signalons que ce cas est le plus réducteur possible car il restreint les possibilités de faire varier  $M$  seulement sur 2 valeurs utiles.

Osons donner un exemple en imaginant qu’une particule soit capable d’effectuer un tel calcul (du même type que les formules évoquées :  $D(N)$ ,  $s(M)$ ,  $\mathfrak{I}(M)$  ) à partir des ondes d’un photon. Avec uniquement 2 longueurs d’onde distinctes de sorte que :

- ▷ La particule absorbe le photon s’il est de longueur d’onde  $\lambda_a$ ;
- ▷ La particule n’absorbe pas le photon et elle le rejette s’il est de longueur d’onde  $\lambda_r$ ;

Nous pouvons faire correspondre les valeurs de vérité “**vrai**” et “**faux**” à chacune des 2 longueurs d’onde (en fonction de cette particule), de sorte que :

- ▷ “**vrai**” signifie que la particule absorbe le photon, et signifie donc que la longueur d’onde est  $\lambda_a$ ;
- ▷ “**faux**” signifie que la particule rejette le photon, et signifie donc que la longueur d’onde est  $\lambda_r$ ;

Cette interprétation permettrait d’établir une correspondance entre le langage propositionnel et la longueur d’onde d’un photon “traitée” par une particule.

### Hypothèses :

Nous avons la possibilité d’appliquer la formule  $f(M; x)$  (ou  $s(M)$  ) à une onde de longueur d’onde  $N$  (ou  $M$ ) ou de période  $N$  (ou  $M$ ). Ces formules peuvent être appliquées à un phénomène ondulatoire “fondamental” (c’est-à-dire un phénomène le plus simple possible, et qui permet de produire des phénomènes plus complexes), il est possible que le photon soit un candidat sérieux pour être ce phénomène.

Il faut noter le lien avec les congruences (et avec la fonction *SINUS*, et donc aussi avec le cercle) qui sous-entendrait que ce photon pourrait être en translation linéaire mais aussi en “rotation” avec d’autres (cette phrase est peut-être mal formulée, mais il est encore difficile à ce stade de donner une description exacte du phénomène, voir **Chapitre 6** pour plus de détails).

Ce qui sous-entendrait encore de supposer fortement que la matière ne serait qu’un ensemble de photons “en orbite” les uns avec les autres (comme pour l’hypothèse précédente, ceci n’est certainement pas une description suffisante), permettant d’envisager que toute matière ne serait constituée que de photons.

Trouver une bonne application physique à la formule  $f(M;x)$  (ou même  $s(M)$  ) et développer davantage la réflexion sur celle-ci permettra peut-être de donner une représentation plus précise d'un phénomène ondulatoire. En faisant l'hypothèse qu'un photon constitue ce phénomène physique recherché, cela pourrait permettre de donner une représentation plus précise de ses comportements (peut-être même de sa structure).

La formule  $D(N)$  (ou même  $f(M;x)$  et  $s(M)$  ) demandant des temps de calculs plutôt longs lorsque  $N$  est un grand nombre, s'il s'avérait exacte que la matière procède de la même manière que la formule  $D(N)$  l'indique pour traiter la décomposition d'ondes, alors un processus de calcul très performant serait déjà dans la nature (c'est-à-dire dans la matière). Il suffirait d'exploiter cela pour construire un calculateur très performant, et dont la performance serait égale à ce qu'il serait permis de produire de mieux (les limites de cette performance seraient les limites de la performance de la matière elle-même).

*Digression à propos de la musique :*

Etant donné la possibilité d'établir un lien entre la logique binaire (c'est-à-dire le calcul propositionnel "classique") et les ondes, nous pouvons "prolonger" notre conclusion en donnant une possibilité d'établir un langage (binaire) à partir des ondes directement. Concernant la musique, nous pouvons donc considérer qu'elle constitue un tel langage. Il n'est donc pas étonnant d'entendre souvent dire que la musique est un langage universel. En effet, puisque le traitement des ondes par les formules  $f(M;x)$ ,  $s(M)$  et  $\mathfrak{I}(M)$  tel que nous l'avons indiqué peut être ramené au traitement du calcul propositionnel classique.

## 2

# Les règles logiques

## 2.1 Introduction

Il sera ici question essentiellement de mettre les mots “face” à leur dénotation, ou de mettre des énoncés “face” à leur sens. Cela peut permettre de donner une “valeur de vérité” (“*vrai*” ou “*faux*”) à certaines définitions et à certains énoncés (grâce à des structures de raisonnement très similaires).

Prenons un exemple avec l'énoncé donné :

**“Tout peut être remis en cause”**

Cela signifie aussi que “**Rien n'est fiable**”. Si tel est le cas, alors l'énoncé aussi peut être remis en cause car il n'est pas fiable non plus. Or, l'énoncé au moins devrait être fiable, ce qui permet de conclure que tout ne peut pas être remis en cause, et qu'il doit exister un minimum de fiabilité.

En développant :

- En supposant que l'énoncé donné soit *vrai*, on déduit qu'il est *faux*, et donc on en déduit qu'il existe un minimum de fiabilité.
- En supposant que l'énoncé donné soit *faux*, on déduit directement qu'il existe un minimum de fiabilité.

Pour aller plus loin, l'énoncé "**il existe un minimum de fiabilité**" doit être fiable. D'où l'on déduit aussi l'énoncé "**Cet énoncé au moins est fiable**".

Cette structure de raisonnement permet de conclure en donnant une valeur de vérité à propos d'une assertion portant sur "**Tout**" ou "**Rien**" (comme les énoncés "**Tout peut être remis en cause**" ou "**Rien n'est fiable**").

Ceci est à rapprocher du raisonnement de *René DESCARTES* à propos du "doute le plus radical". En effet, puisque "dans le doute le plus radical, on ne peut pas douter que l'on doute" (ou "au doute méthodique, seul résiste la certitude de l'existence"). C'est ce que nous avons vu de manière équivalente avec l'énoncé donné, puisque nous avons déduit qu'il doit y avoir un minimum de fiabilité (au moins cette conclusion), et donc que tout ne peut pas être remis en cause.

Il en est de même à propos de l'affirmation "**rien n'a de sens**". En effet, si rien n'avait de sens, alors cette affirmation n'en aurait pas non plus, d'où l'on déduit qu'il existe nécessairement un minimum de sens (au moins pour cette conclusion). De manière identique, nous pouvons tirer une conclusion à propos de l'affirmation "**nous ne pouvons croire en rien**". Si nous ne pouvions croire en rien, nous ne pourrions croire en cette affirmation, ce qui nécessite que nous ayons un minimum de croyance (au moins en cette conclusion). Le raisonnement reste encore le même que pour la croyance avec la confiance... Il existe une structure d'énoncé qui permet la même structure de conclusion. En affirmant que "**tout**" est d'une manière ou que "**rien**" n'est d'une manière, nous incluons aussi dans ce "**tout**" notre affirmation ou, dans le cas de "**rien**", nous excluons aussi de ce "**tout**" notre affirmation. La structure de conclusion qui revient est du type "**il existe un minimum de "quelquechose", qui est au moins applicable à cette conclusion**".

Par la suite, nous allons développer ce type de raisonnement à propos d'autres énoncés ou à propos des définitions même des mots, puisque ces définitions peuvent être considérées comme étant des énoncés.



Remarque :

Si nous admettons qu'il soit possible d'attribuer un minimum de fiabilité à certains énoncés ou à certains raisonnements, il serait donc légitime d'avoir des convictions à leur égard. Par conséquent, et bien que le scepticisme soit nécessaire à toute démarche véritablement scientifique (il permet de rester ouvert à l'accueil d'une idée nouvelle), le scepticisme ne peut pas être exclusivement un doute permanent à propos de tous les sujets, notamment à propos de cette idée d'un minimum de fiabilité.

Digression :

Pour finir, ajoutons qu'il nous est possible de connaître l'univers en partie. En effet, l'univers contenant toute chose, nous sommes donc une partie de cet univers. Or, il est possible d'acquérir des connaissances par le biais d'une logique appliquée à nous-même (comme la logique appliqué aux affirmations ci-dessus). Pour nous, l'univers peut donc être connu en partie. Si nous devons découvrir un principe qui établit un lien entre nous et le reste de l'univers, alors nous serions en mesure de connaître l'univers. C'est-à-dire qu'une partie de l'univers peut avoir connaissance de l'univers. Dans ce cas, chaque partie serait également liée au reste, et chaque partie pourrait donc avoir connaissance du reste l'univers.

Une partie ne peut comprendre les choses telles qu'elles sont véritablement qu'en se débarrassant de ses préjugés sur les autres parties afin d'avoir une vision la plus juste et la plus réaliste possible. Ceci implique un respect de la part de l'observateur, et même le plus grand respect envers le reste de l'univers, mais aussi le plus grand respect envers soi-même (dans le cas où nous pouvons être considéré comme étant nous-même l'objet de l'étude). Une bonne compréhension des choses ne peut donc se faire en dehors du respect le plus pur, ce qui implique nécessairement une philosophie qui devient exactement celle de l'écologie. C'est dans le respect de la moindre partie de l'univers que nous pouvons avoir la vision la plus juste.

## 2.2 Développement

Nous allons ici donner des affirmations intéressantes dans le sens où celles-ci vont nous permettre d'en tirer des conclusions.

Prenons en considération une affirmation que nous nommerons  $A$ .

Donnons le symbole “ = ” et donnons lui le même sens que les mots “**s'énonce ainsi**”. Ce qui permettra d'établir une équivalence entre une lettre (ou un nom) qui symbolise l'énoncé et le contenu de l'énoncé.

Donnons le crochet “ [ ” pour symboliser le “**début de l'énoncé**” et le crochet “ ] ” pour symboliser la “**fin de l'énoncé**”.

L'énoncé  $A$  peut alors être donné par ce qui suit :

$$A = [ \text{Rien ne suit de règle logique} ]$$

Commençons maintenant le raisonnement à propos de l'affirmation  $A$ .

Si [ **Rien ne suit de règle logique** ], nous observons pourtant clairement que  $A$  s'énonce comme une règle.

Or, si “**Rien ne suit de règle logique**”,  $A$  ne peut pas être la règle. Ce qui signifie que ce qu'énonce  $A$  est *faux*. Et si  $A$  est *faux*, on déduit qu'il doit exister au moins une règle.

Et donc l'affirmation “**Il existe au moins une règle logique**” étant une règle, il est possible de construire une affirmation qui dit quelque chose sur elle-même, une affirmation qui se déduit d'un raisonnement cohérent, dont le point de départ est une affirmation *fausse*. En appelant  $A'$  cette dernière affirmation, nous pouvons la réécrire ainsi :

$$A' = [ \text{il existe au moins une règle logique} ]$$

Et comme  $A'$  est une règle, nous avons donc aussi :

$$B = [ \text{Au moins } A' \text{ est une règle logique, ainsi que } B ]$$

Où l'on voit que  $B$  est *vraie* et *démontrable* (il existe une suite de règles logiques à appliquer qui nous amènent à conclure  $B$ ).

Il est possible d'écrire de manière équivalente :

$$A' = [ \text{il existe un minimum de règles logiques dont } A' \text{ fait partie} ]$$

Remarque :

Bien que  $A$  soit *faux*, nous pouvons constater que  $A$  peut être construite (ou produite). Il est possible de percevoir une réponse à ce phénomène dans la partie suivante.

De plus, nous constatons dans qu'un énoncé *vrai* peut être construit à partir d'un énoncé *faux* ou à partir d'un autre énoncé *vrai*, et cela grâce à un raisonnement cohérent.



# 3

## Preuve de la liberté

Cette 3<sup>ième</sup> partie a pour objet de répondre à la question : est-ce que “tout suit des règles logiques” ? C’est-à-dire que nous désirons savoir si tout ce qui est constructible peut être extrait d’un raisonnement cohérent.

Cette partie est d’une importance capitale pour la suite de la théorie. Elle nécessite la compréhension des 2 sous-parties précédentes. Bien que des liens utiles soient présents entre les sous-parties, la chronologie des sous-parties de cette 3<sup>ième</sup> partie est critiquable (cette preuve est délicate à exposer mais fondamentale!), une seconde lecture pourrait éventuellement être nécessaire.

Le théorème d’incomplétude de *GODEL* étant utile pour atteindre ce but, précisons que les travaux qui suivent pour donner une preuve de la liberté ne tirent aucune conclusion directe de ce théorème (ce qui serait un abus). Les travaux qui suivent ne remettent aucunement en question le théorème d’incomplétude de *GODEL*. Au contraire, ce qui est proposé est d’étudier d’autres affirmations (ou énoncés) dans divers cas de figures (voir même des affirmations contradictoires) au sein même d’une théorie cohérente, afin de compléter une réflexion et de permettre d’acquérir un nouvel angle de vue à propos de la construction des énoncés *indémontrables*.

Les conclusions de cette réflexion pourra alors être perçue comme un complément dont uniquement la synthèse des 2 (c’est-à-dire entre les conclusions de ces travaux et le théorème d’incomplétude) peuvent mener finalement à cette preuve, chacune étant indispensable pour atteindre cet objectif. C’est ici que la démarche non-conventionnelle des raisonnements des 2 premières parties (avec l’introduction d’une variable  $U$  de valeur de vérité indéfinissable) va montrer son intérêt.

### 3.1 Première approche

D'après les travaux de *Kurt GODEL* à propos d'une théorie arithmétique, à partir de laquelle il est possible de construire un énoncé qui ne peut être ni prouvé ni réfuté dans cette théorie, on peut déduire que cette théorie est incomplète.

Appelons  $E$  un tel énoncé, donnons le symbole “ = ” et donnons lui le même sens que les mots “**s'énonce ainsi**”.

Donnons le crochet “ [ ” pour symboliser le “**début de l'énoncé**” et le crochet “ ] ” pour symboliser la “**fin de l'énoncé**”.

L'énoncé  $E$  peut alors être donné par ce qui suit :

$$E = [ \text{Cet énoncé est indémontrable} ]$$

Où “**Cet énoncé**” désigne l'énoncé  $E$  lui-même. Ce qui est équivalent à :

$$E = [ E \text{ est indémontrable} ]$$

(Où l'on remarque clairement que l'énoncé affirme quelque chose sur lui-même)

Testons la “démontrabilité” de cet énoncé  $E$  en 2 parties :

- Supposons que nous ne connaissions pas le contenu de  $E$  (ni l'énoncé ni son sens ne nous sont donnés), et en supposant que  $E$  soit *indémontrable*.

De plus, considérons que tout raisonnement cohérent suit des règles logiques (de déductions) permettant d'établir des démonstrations.

Si  $E$  était effectivement *indémontrable*, aucun raisonnement logique et cohérent ne permettrait de déduire que  $E$  est *indémontrable*.

- Supposons maintenant que  $E$  soit *démontrable*. Pour pouvoir le vérifier, nous devons alors connaître le contenu de l'énoncé (et donc son sens).

Or, l'énoncé  $E$  nous dit que “ $E$  est **indémontrable**”. Il apparaît donc une contradiction entre la supposition que  $E$  puisse être démontrable et le contenu (qui forme le sens) de  $E$ .

Pour les mêmes raisons que précédemment mais maintenant à propos du contenu de  $E$  : si  $E$  était effectivement *indémontrable*, aucun raisonnement logique et cohérent ne permettrait de déduire que  $E$  est *indémontrable*, ni d'engendrer une contradiction à propos de  $E$ .

- Tout ceci permettant de conclure qu'il existe systématiquement des énoncés qui ne peuvent être issus d'aucun raisonnement logique et cohérent, c'est-à-dire qu'il existe des énoncés tel que  $E$  qui ne peuvent pas être construits à partir de règles logiques.

Il existe donc quelque chose de constructible en dehors de toute règle logique. Ce qui constitue une première approche de la preuve de “l'existence” de la liberté, une liberté qui se définirait par une capacité à construire en dehors des règles logiques.

Cette première approche de la preuve nécessite cependant une réflexion plus soutenue et plus rigoureuse, c'est ce que nous proposerons dans la sous-partie “**3.5 Preuve complète : Incomplétude et variable de valeur de vérité indéfinissable**” (page 64) à l'aide de l'algèbre de *BOOLE* et de cas de figures plus précis, bien que les sous-parties que nous allons aborder nous y amènent naturellement.

#### Remarque :

Ce raisonnement permet d'effectuer un constat, pas d'expliquer comment un système peut produire un tel énoncé. Cependant, le **Chapitre 6** tente de donner une équivalence géométrique (et physique) de ce phénomène à partir d'un cas particulier.

Par déduction, ce raisonnement permet de donner une valeur de vérité à l'énoncé suivant : “**Tout est démontrable**” est *faux*.

## 3.2 Limites préalables

Proposons nous préalablement de réfléchir quelques instants sur les limites que pourrait avoir la réalité d'une telle liberté.

Dans l'hypothèse où la liberté est totale, il est alors possible pour un système de choisir de devenir libre.

Or, s'il avait la possibilité d'effectuer ce choix, c'est que ce système serait déjà libre.

Par conséquent, un système ne peut décider de sa propre liberté. C'est-à-dire que la liberté d'un système ne peut pas être construite par choix de ce système lui-même. Ce système étant libre sans pouvoir intervenir sur cette donnée, il existerait donc une limite à la liberté.

Autrement dit, la liberté préexiste (sous une forme qui reste à déterminer, ce qui est l'objet du **Chapitre 6**) dans un système libre, et elle est nécessairement limitée (elle ne peut pas être "totale").



### 3.3 Synthèse avec la Première partie

Cette synthèse a pour objet de séparer ce qui peut être construit par un raisonnement cohérent et ce qui peut être construit par son “complément” (les “non-règles”, que nous allons définir, ce que j’appellerai plus loin hasard). En reprenant les notations et les conventions d’écriture des **parties 1** et **2**, nous pouvons rassembler des éléments :

- Pour l’énoncé noté  $E'$  :

$E' = [ \text{il existe un minimum d'énoncés démontrables dont } E' \text{ fait partie} ]$

Nous nous retrouvons dans le cas de l’affirmation  $A'$  , qui est équivalente du point de vue du raisonnement puisque l’on déduit aussi que  $E'$  est *vraie* et *démontrable*.

Et donc  $E'$  et  $A'$  sont le produits d’un raisonnement cohérent, dont un point de départ du raisonnement peut être l’affirmation  $E''$  :

$E'' = [ \text{Rien n'est démontrable} ]$

(comme au moins  $E'$  est *démontrable*, cela permet de conclure que  $E''$  est *faux*)

ou encore un autre point de départ de raisonnement avec l’affirmation  $A$  (ce qui permet de conclure  $A'$ ).

Un autre point de départ au raisonnement peut être aussi l’affirmation  $A'$  ou l’énoncé  $E'$  , puisqu’ils sont déjà cohérents.

- En définissant des ensembles tels que :

Un “**ENSEMBLE REGLES**” peut être représenté par un système de règles cohérentes, un raisonnement cohérent ou une théorie cohérente, permettant de produire des démonstrations valides.

Un “**ENSEMBLE NON-REGLES**” peut être représenté par un système permettant de produire des énoncés non issus de règles cohérentes, d’un raisonnement cohérent ou d’une théorie cohérente (ou “non déterministe”,

comme nous le verrons dans la sous-partie “**3.5 Preuve complète : Incomplétude et variable de valeur de vérité indéfinissable**”, page 64. Pour prendre un exemple, nous pourrions inclure la variable de valeur de vérité indéfinissable  $U$  dans cet ensemble, introduite dans les formules de la sous-partie “**1.6 Variable binaire  $U$  de valeur de vérité indéfinissable**” page 32).

En rappelant que nous avons noté :

$$A' = [ \text{il existe au moins une règle logique} ]$$
$$E' = [ \text{il existe un minimum d'énoncés démontrables dont } E' \text{ fait partie} ]$$

Et

$$A = [ \text{Rien ne suit de règle logique} ]$$
$$E'' = [ \text{Rien n'est démontrable} ]$$

Nous pouvons alors séparer les affirmations construites :

$A'$  et  $E'$  proviennent de “**L'ENSEMBLE REGLES**”.

$A$  et  $E''$  sont *fausses* et proviennent de “**L'ENSEMBLE NON-REGLES**”.

- Pour  $E = [ E \text{ est indémontrable} ]$  :

Le point de départ du raisonnement est un énoncé qui affirme quelque chose sur lui-même, et ce qu'il affirme étant son exclusion à “**L'ENSEMBLE REGLES**”. Donc  $E$  est *vrai* et appartient à “**L'ENSEMBLE NON-REGLES**” aussi.

- Finalement nous constatons que “**L'ENSEMBLE NON-REGLES**” peut contenir des affirmations *vraies* et *indémontrables*, ou des affirmations *fausses* qui ne peuvent pas être produites par un raisonnement cohérent.

### 3.4 Remarque sur les énoncés constructibles

En partant de la remarque qu'un énoncé tel que  $A$  peut être construit en dehors des règles logiques (ou en dehors d'un raisonnement cohérent), nous pouvons formuler un autre énoncé  $C$  qui serait équivalent :

$$C = [ \text{Aucun énoncé n'est constructible} ]$$

(où, dans notre cas, “est constructible” signifie aussi “peut être écrit”)

Or, nous venons justement de construire  $C$  (notamment en le formulant par l'écriture), ce qui prouve que ce qu'énonce  $C$  est *faux*, et nous pouvons même ajouter que, pour les mêmes raisons que précédemment,  $C$  ne peut donc pas être la conclusion d'un raisonnement cohérent.

Il en est de même pour l'énoncé  $C'$  suivant :

$$C' = [ \text{Cet énoncé n'est pas constructible} ]$$

Où “Cet énoncé” désigne l'énoncé  $C'$  lui-même. Ce qui est équivalent à :

$$C' = [ C' \text{ n'est pas constructible} ]$$

Ce qui est également *faux* puisque  $C'$  vient d'être construit.

Poursuivons avec l'énoncé suivant :

$$C'' = [ C'' \text{ est constructible} ]$$

$C''$  est donc *vrai* puisqu'il vient d'être construit.

Et avec ce dernier :

$$C''' = [ \text{Tous les énoncés sont constructibles} ]$$

Dans ce cas précis, il n'est permis de déduire quelque chose de  $C'''$  qu'ainsi :

Si tous les énoncés peuvent être construits, alors des énoncés *vrais* mais également des énoncés *faux* peuvent être construits, ce qui est effectivement le cas.

De plus, dans l'hypothèse où il existerait au moins un énoncé inconstructible, nous ne serions jamais capable de le construire (c'est-à-dire de l'écrire), puisque par définition, "il" serait inconstructible. Mais comme un tel énoncé ne peut exister, il n'est même pas cohérent d'écrire qu'un énoncé est inconstructible. Ce qui signifie qu'un énoncé doit au moins être toujours constructible, au moins pour qu'il puisse être énoncé.

Prenons un autre exemple pour nous en convaincre. Nommons et définissons  $F$  un énoncé composé d'une suite de mots en quantité infinie. Donnons par exemple (les 3 points de suspension " ... " signifient que les mots qui composeront cet énoncé doivent être en nombre infini) :

**$F = [$  Ou bien un énoncé contenant une infinité de mots est constructible ou bien il est inconstructible, sachant que chaque mot a sa propre définition et sachant qu'une infinité de mots se constitue d'un  $1^{ier}$  mot, suivi d'un  $2^{ième}$  mot, le  $2^{ième}$  étant suivi d'un  $3^{ième}$ , le  $3^{ième}$  étant suivi d'un  $4^{ième}$ , le  $4^{ième}$  étant suivi d'un  $5^{ième}$ , le  $5^{ième}$  étant suivi d'un  $6^{ième}$ , ... ]**

$F$  est-il constructible? Nous voyons qu'il est pourtant possible d'attribuer une définition à  $F$ , mais cette définition est-elle cohérente? Il est évident que si nous devions écrire une suite de mots se répétant à l'infini, nous ne pourrions jamais finir d'écrire l'énoncé  $F$ , même en disposant d'un temps infini pour le faire. Il ne serait donc jamais possible de connaître le contenu de  $F$  (même en attendant un temps infini), ce qui serait pourtant utile pour établir un raisonnement cohérent à propos de  $F$  afin d'en déduire quelque chose (au moins d'en déduire si  $F$  est *vrai* ou *faux*). Bien qu'en disposant effectivement d'un temps infini mais aussi d'une quantité de matière infinie (telle que l'encre) pour écrire cet énoncé, nous ne pourrions jamais finir de le construire.

Et donc, un énoncé tel que  $F$  ne peut jamais être donné dans son intégralité car il ne peut jamais être écrit (ou construit) dans son intégralité, sa construction étant impossible à achever. Par conséquent,  $F$  n'est pas constructible tel qu'il est défini. D'ailleurs nous n'avons pas réussi à construire  $F$  puisque nous avons substitué une suite infinie de mots au symbole " ... ". Or, le

symbole “ ... ” n’est pas une quantité infinie de mots, mais il définit une quantité infinie de mots, ce qui est différent. En d’autres termes,  $F$  ne peut pas être produit :  $F$  ne peut pas être réalisé. Tout énoncé doit être fini afin de permettre sa construction (ou afin de le rendre réalisable).

Puisque  $F$  n’est pas constructible, cela signifie que  $F$  n’est pas un énoncé.  $F$  aurait été un énoncé si et seulement si la suite de mots qui le compose n’avait pas à s’étendre à l’infini. La définition est donc incohérente : il n’est pas possible de définir autre chose qu’un énoncé contenant un nombre fini de mots, dont chaque mot contient un nombre fini de lettres, et dont l’énoncé s’écrit dans un espace fini. Il n’est pas cohérent de parler d’un énoncé contenant un nombre infini de mots car celui-ci ne serait pas constructible. D’ailleurs, nous n’aurions même pas dû écrire que  $F$  est un énoncé sans connaître ce qui définissait  $F$ .

Peut-être serait-il judicieux de préciser  $C'''$  ainsi :

**$C''' = [ \text{un énoncé est de longueur finie, il contient un nombre fini de mots dont chaque mot contient un nombre fini de lettres, ce qui permet que tout énoncé soit constructible} ]$**

Nous constatons alors que tous les énoncés (aussi bien les énoncés *vrais* que les *faux*) sont constructibles, et qu’il n’existe pas d’énoncés inconstructibles car cela n’est pas cohérent d’avoir la possibilité d’être “énoncé” (c’est-à-dire d’être “produit” ou “réalisé”) et d’être “inconstructible”. Et donc  $C'''$  est *vrai*.

Tout énoncé étant constructible, nous constatons ici aussi que les énoncés  $C$ ,  $C'$ ,  $C''$  et  $C'''$  sont tous constructibles. Nous l’avons vu, Il y a néanmoins des différences qui permettent de les séparer dans des ensembles distincts. En effet, puisque nous avons identifié la “valeur de vérité” (*vrai* ou *faux*) de ces énoncés.

$C$  et  $C'$  sont *faux*.

$C''$  et  $C'''$  sont *vrais*.

$F$  n’est ni un énoncé, ni constructible, tout cela à cause de l’incohérence de la définition de  $F$ .

Nous pouvons remarquer que nous pouvons rapprocher les sens des mots tel que “être construits” avec le mot “exister”. Ils prennent ici un sens très proche.

Digression :

- Nous venons de voir que  $F$  n'est ni un énoncé, ni constructible, tout cela à cause de l'incohérence de la définition de  $F$  (ce qui fait que le sens de  $F$  ne peut pas être réalisé, c'est-à-dire qu'il ne peut pas être défini).

En effet, comme nous l'avon vu, bien qu'elle ne soit pas cohérente, la définition de  $F$  est constructible (puisque'elle est de longueur finie et contient un nombre fini de mots dont chaque mot contient un nombre fini de lettres). Ce qui n'est pas constructible, c'est ce que cette définition propose de construire, c'est-à-dire finalement "**un énoncé de longueur infinie**".

Pour un énoncé, l'infini n'est pas constructible de manière "actuelle", il est en construction permanente (de manière inachevée). Par opposition, le mot "infini" est fini (il contient un nombre fini de lettre et s'étend dans un espace fini) et donc le mot "infini" est constructible.

Donc, la définition de  $F$  est constructible, mais pas  $F$ . Ce qui permet de conclure que :

[ **tout est constructible** ] est *faux*.

Et que :

[ **tout n'est pas constructible** ] est *vrai*,

- De même, nous pouvons observer ceci :

[ **Rien est constructible** ] est *faux*, puisque nous venons de le construire.

Et

[ **Il existe un minimum d'énoncés constructibles** ] est *vrai*, puisque nous pouvons construire au moins ces 2 derniers énoncés.

- Pour finir, nous pouvons également voir que :

[ **cet énoncé est inconstructible** ] est *faux*, puisque nous venons de le construire.

Et que :

[ **cet énoncé est constructible** ] est *vrai*, puisque nous venons de le construire.

- Pour prendre un exemple, notre imagination nous permet de définir des choses incohérentes (ou des énoncés incohérents) : notre imaginaire est constructible, c'est-à-dire qu'il lui est possible de construire des images incohérentes (ou des énoncés incohérents). Par contre, ce qu'il nous permet d'imaginer n'est pas forcément réalisable tel qu'il le défini.

En d'autres termes, des "images fausses" peuvent être construites dans cet imaginaire, mais ces images ne peuvent pas être réelles, c'est-à-dire qu'elles ne peuvent pas être construites en dehors de cet imaginaire (cela serait incohérents).

Remarquons aussi que si l'imaginaire peut permettre de construire des "images vraies" (des images ou énoncés cohérents), alors celles-ci peuvent être construites en dehors de cet imaginaire (elles sont réalisables).

Ce qui permet de dire que : bien que l'imaginaire puisse être le produit du réel, tout ce qu'il serait possible d'imaginer ne serait pas forcément réalisable parce que, dans l'imaginaire, il serait possible de construire en dehors des règles logiques.

### 3.5 Preuve complète : incomplétude et variable de valeur de vérité indéfinissable

Nous avons vu précédemment qu'il était possible de construire un énoncé *vrai et indémontrable*. Nous l'avons noté :

$$E = [ E \text{ est indémontrable } ]$$

Reprenons le raisonnement sur cet énoncé à l'aide des valeurs de vérité.

Supposons maintenant que nous ne sachions pas que  $E$  soit *vrai* et *indémontrable*, et que nous désirions commencer une réflexion à ce sujet grâce aux valeurs de vérité.

- Faisons l'hypothèse que  $E$  soit *vrai* :

Dans ce cas, nous avons la possibilité de déduire qu'effectivement,  $E$  étant *indémontrable* (ce qui correspond au contenu de  $E$ ),  $E$  ne peut être produit par aucun raisonnement cohérent.

Et donc dans ce cas, aucun raisonnement cohérent ne peut produire  $E$ .

- Faisons l'hypothèse que  $E$  soit *faux* :

Dans ce cas, nous n'avons pas besoin de connaître le contenu de  $E$  pour établir qu'aucun raisonnement cohérent ne peut produire  $E$ . En effet, un raisonnement cohérent ne peut aboutir qu'à une conclusion *vraie*, pas à une conclusion *fausse*.

Et donc dans ce cas, aucun raisonnement cohérent ne peut produire  $E$  non plus.



- Synthèse :

Que l'on suppose que  $E$  soit *vrai* ou *faux* ne change pas ce qu'il est permis de déduire à propos de cette réflexion à propos de  $E$  :

Lorsque  $E = [ E \text{ est indémontrable } ]$ ,  
peu importe la valeur de vérité de  $E$ ,  
aucun raisonnement cohérent ne peut produire  $E$ .

- Réinterprétation :

Nous pouvons même faire le lien de ce cas avec la partie “**1 Correspondances entre formules, valeurs de vérité et énoncés**” (page 7) si nous considérons les énoncés suivants :

$E_1 = [ \text{Tout énoncé est démontrable ou indémontrable} ]$

(tout énoncé doit être constructible : c'est ce que nous avons vu précédemment)

$E_2 = [ \text{Il est possible de construire des énoncés démontrables (tel que celui-ci)} ]$

$E_3 = [ \text{Il est possible de construire des énoncés indémontrables (tel que celui-ci)} ]$

( $E_3$  est équivalent à l'énoncé  $E$  que nous avons abordé)

En considérant dans un premier temps que les valeurs de vérité de ces énoncés ne sont pas connues, il est cependant possible d'établir une table de vérité (en algèbre de *BOOLE*, où 0 est équivalent à *faux* et 1 est équivalent à *vrai*) à propos de ces énoncés, étant donné qu'ils sont explicitement liés par la porte logique “*OU*” :

Nous avons  $E_1 = [ \text{Tout énoncé est démontrable ou indémontrable} ]$

(table de vérité : page suivante)

table de vérité des énoncés  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  :

$E_3$	$E_2$	$E_1 = E_3 + E_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Ce qui peut être représenté par une autre table de vérité en réarrangeant les lignes et les colonnes (sans changer les valeurs de vérité, comme vu dans la première partie de ce chapitre) :

$E_1$	$E_2$	$E_3 = ?$
0	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Or, dans la sous-partie “**1.6 Variable binaire  $U$  de valeur de vérité indéfinissable**” (page 32), nous avons établi que pour exprimer au mieux  $E_3$  uniquement en fonction de  $E_2$  et de  $E_1$ , il fallait utiliser une variable de valeur de vérité indéfinissable  $U$  (cette variable est binaire et indéterminée : elle ne peut prendre que les 2 valeurs 0 ou 1, et ces valeurs ne peuvent être données que de manière probable). Nous avons donc :

Lorsque  $E_2 = 0$  :

$$E_3 = E_1$$

Et lorsque  $E_2 = 1$  :

$E_3 = U$  (état binaire indéterminé : 0 ou 1)

$E_1 = 1$  seulement :  $E_1 = 0$  est interdite dans ce cas, bien que lever cette interdiction ne pose pas de problème quant au résultat de  $E_3$  dans ce cas.

Et donc (toujours en algèbre de *BOOLE*, bien sûr) :

$$E_3 = \overline{E_2}.E_1 + E_2.U$$

Dans un second temps, prenons en compte leur valeur de vérité de ces énoncés tel que nous les avons défini. De manière évidente :

$E_1$  est exclusivement *vrai* car effectivement [ **Tout énoncé est démontrable ou indémontrable** ]

$E_2$  est exclusivement *vrai* car effectivement [ **Il est possible de construire des énoncés démontrables (tel que celui-ci)** ]

$E_3 = [ \text{Il est possible de construire des énoncés indémontrables (tel que celui-ci)} ]$  peut être indifféremment considéré comme étant *vrai* ou *faux* vu la synthèse précédente.

Nous sommes donc bien dans la configuration suivante :

$E_1$  est exclusivement *vrai* ( $E_1 = 1$ ),

$E_2$  est exclusivement *vrai* ( $E_2 = 1$ ),

Nous sommes par conséquent dans la configuration où  $E_3 = U$  ( $E_3 = 0$  ou  $E_3 = 1$  indifféremment).

$E_3$  peut indifféremment être supposé *vrai* ou *faux* (ce qui est d'ailleurs bien le cas vu la synthèse précédente exposée), puisque le raisonnement reste cohérent. Ce qui revient à considérer que les états binaires (0 et 1) de la variable  $U$  puissent être superposés. Ceci ne permet de donner à  $E_3$  une valeur de vérité que de manière probable (une comparaison à  $U$  qui aurait une interprétation géométrique et physique est donnée dans le **Chapitre 6**).

Ce qui signifie que toute théorie cohérente ne permet pas toujours de donner une formule (tel qu'une formule mathématique binaire comme celles que nous avons vu) correspondant à tous les énoncés constructibles. Une approche de  $F_3$  par des probabilités est donc justifiée, ce qui ne permettra pas de donner la valeur exacte de  $U$  mais plutôt un ensemble de valeurs possibles (en l'occurrence 0 ou 1).

Quoique nous fassions, nous aurons toujours affaire à un cas comme celui-ci, quelquesoit la théorie employée (c'est-à-dire quelquesoit le raisonnement cohérent employé).

Rappelons que nous avons l'équivalence strictement mathématique avec des formules binaires (voir sous-partie “**1.6 Variable binaire  $U$  de valeur de vérité indéfinissable**” page 32) :

Pour  $E_1 = E_2 + E_3$  (en algèbre de *BOOLE*), nous avons l'égalité strictement mathématiques :

$$F_1 = F_2 + F_3 - F_2.F_3 = (F_2 - F_3)^2 + F_2.F_3$$

Pour  $E_3 = \overline{E_2}.E_1 + E_2.U$  (en algèbre de *BOOLE*), l'égalité strictement mathématiques s'écrit :

$$F_3 = [1 - F_2].F_1 + F_2.U$$

Or, dans notre cas ( $E_1 = 1$  et  $E_2 = 1$ ), nous avons :

$$\begin{aligned} F_1 &= 1 \\ F_2 &= 1 \end{aligned}$$

Ce qui signifie que nous avons également :

$$F_3 = U$$

Ce qui implique qu'il existe toujours au moins un phénomène qui ne peut pas être déterminé par une formule précise. Il est donc toujours possible de trouver au moins un phénomène qui ne puisse pas être formulé de manière exclusivement déterministe.

*Théorème de limitation du déterminisme :*

Soit les énoncés  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  tel que :

$$E_1 = E_3 + E_2$$

Ou tel que :

$$E_1 = E_2.E_3$$

L'étude des valeurs de vérité par l'algèbre de *BOOLE* concernant le cas d'un énoncé  $E_3$  non démontrable par toute théorie cohérente amène à conclure que  $E_3$  peut indifféremment être *vrai* ou *faux*. Ce qui est effectivement le cas sans que cela n'amène à une incohérence dans le raisonnement à propos de l'énoncé  $E_3$  auquel est attribué l'une ou l'autre des valeurs de vérité.

Ce qui donne une limite indépassable pour toute théorie cohérente quant à la possibilité de pouvoir déterminer tout phénomène de manière exacte. Parmi l'ensemble de tous les phénomènes possibles, il en existe qui ne peuvent pas être déterminés de manière exacte. Tout ne peut pas être déterminé de manière exacte. Ce qui laisse place à une part de hasard.

*Complément de réflexion :*

Pour compléter, les énoncés  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  tels que nous venons de les donner peuvent être réécrits de manière à garder un sens identiques. Pour cela, il nous suffit de rappeler quelques équivalences :

- Pour l'énoncé  $E_1$  :

$$E_1 = [ \textbf{Tout énoncé est démontrable ou indémontrable} ]$$

$E_1$  signifie aussi que tout énoncé est produit par un raisonnement cohérent, ou bien en dehors de tout raisonnement cohérent.

Ce qui est équivalent à cette autre écriture :

$E_1 = [ \text{Tout énoncé est produit par un raisonnement cohérent, ou il est produit en dehors de tout raisonnement cohérent} ]$

( $E_1$  sous-entend de contenir tous les cas d'énoncés, c'est-à-dire nécessairement constructibles. Cela sous-entend aussi que tout énoncé est constructible soit par un raisonnement cohérent, soit en dehors de tout raisonnement cohérent, mais sans autre possibilité. Pour faire une analogie avec les nombres entiers : si nous "construisons" un nombre à l'aide d'opérateurs mathématiques, soit ce nombre est premier et cela lui permet d'être rattaché à une formule tel que  $s(M)$ , soit il est composé et cela lui permet aussi d'être rattaché à une formule tel que  $s(M)$ , mais il n'y a pas d'autre cas possible pour ce nombre si l'on ne considère que la formule  $s(M)$  )

- Pour l'énoncé  $E_2$  :

$E_2 = [ \text{Il est possible de construire des énoncés démontrables (tel que celui-ci)} ]$

$E_2$  signifie aussi qu'un énoncé (tel que  $E_2$ ) ne peut être produit par un raisonnement cohérent.

Ce qui est équivalent à cette autre écriture :

$E_2 = [ \text{Il est possible de produire des énoncés (tel que  $E_2$ ) par un raisonnement cohérent} ]$

( $E_2$  sous-entend de contenir tous les cas d'énoncés *démontrables*, et donc tous les cas d'énoncés constructibles par un raisonnement cohérent, provenant de l' "ENSEMBLE REGLES")

- Pour l'énoncé  $E_3$  :

$E_3 = [ \text{Il est possible de construire des énoncés indémontrables (tel que celui-ci)} ]$

$E_3$  signifie aussi qu'un énoncé (tel que  $E_3$ ) peut être produit en dehors de tout raisonnement cohérent.

Ce qui est équivalent à cette autre écriture :

$E_3 = [ \text{Il est possible de produire des énoncés (tel que } E_3) \text{ en dehors de tout raisonnement cohérent} ]$

( $E_3$  sous-entend de contenir tous les cas d'énoncés *indémontrables*, et donc tous les cas d'énoncés constructibles en dehors de tout raisonnement cohérent, provenant de l' "ENSEMBLE NON-REGLES")

- Nous avons toujours (en algèbre de *BOOLE*) :

$$E_1 = E_3 + E_2$$

Et donc (toujours en algèbre de *BOOLE*) :

$$E_3 = \overline{E_2}.E_1 + E_2.U$$

Comme nous sommes dans la configuration :

$E_1$  est *vrai* ( $E_1 = 1$ ),  
 $E_2$  est *vrai* ( $E_2 = 1$ ),

Nous sommes donc également dans la configuration où  $E_3 = U$ .

Ici non plus, la valeur de vérité de  $E_3$  n'a pas d'importance, puisque de toutes façons, que  $E_3$  soit *vrai* ou *faux* implique que  $E_3$  ne peut être produit par un raisonnement cohérent. Nous pouvons même considérer que  $E_3$  peut être en même temps *vrai* et *faux*, et par extension nous pouvons considérer que la variable  $U$  possède simultanément les 2 états 0 et 1. Il est alors dans ce cas autorisé de parler d'états superposés pour la variable  $U$ .

Cette réécriture des énoncés (appliquée à l'étude du début de cette sous-partie) permet peut-être de mieux saisir qu'il existe toujours inévitablement un cas où toute théorie (c'est-à-dire tout raisonnement cohérent) ne peut donner d'informations en quantité suffisante pour donner une valeur de vérité précise à  $E_3$ . Le cas contraire serait incohérent. Cela est inhérent à toutes théories, et à toute recherche qui voudrait être la plus complète possible, puisque cela provient d'un phénomène réel : il est possible de réaliser  $E_3$ .

Autrement dit, il doit toujours exister au moins un phénomène réel qui ne peut pas être expliqué de manière précise (ou peut-être seulement par des probabilités), car le contraire serait incohérent.

Tout savoir sur tout serait incohérent. Tout n'est pas prévisible. Dans un cas comme celui-ci, de tels phénomènes peuvent seulement être constatés.

Raisonnement étendu au paradoxe du menteur :

Le paradoxe du menteur est connu pour révéler un cercle vicieux lorsque nous raisonnons simplement sur la valeur de vérité d'un énoncé donné. Cet énoncé est donné par un menteur qui dit qu'il ments.

C'est-à-dire que le menteur dit : **“Je suis en train de mentir”**.

Comment savoir si ce qu'il dit est *vrai* ou *faux* ? Comment est-il possible de produire une telle affirmation?

\* *Première approche :*

- Dans l'hypothèse où l'énoncé du menteur serait *vrai*, alors l'affirmation nous apprend qu'il est en train de nous mentir, et donc il est en train de dire quelque chose de *faux*. Ce qui contredit l'hypothèse de départ.

- Dans l'hypothèse où l'énoncé du menteur serait *faux*, l'affirmation **“je suis en train de mentir”** est *fausse*. Le menteur ne peut donc pas être en train de mentir. Or, si nous admettons qu'il ne ment pas, nous admettons nécessairement que ce qu'il dit soit *vrai*. Ce qui contredit également l'hypothèse de départ.

- Nous concluons que ces 2 hypothèses ne nous permettent pas de décider si l'énoncé du menteur est *vrai* ou *faux*.



\* *Seconde approche :*

Par contre, si nous envisageons les choses sous un autre angle à propos de ce paradoxe, nous allons voir que les choses sont plus compréhensibles. Raisonnons :

- Dans l'hypothèse où l'énoncé du menteur serait *vrai*, ce qu'il dit ne peut provenir d'aucun raisonnement cohérent. En effet, aucun raisonnement cohérent ne peut produire une déduction qui affirme sa propre *fausseté*. Dans ce cas, l'énoncé du menteur ne peut être construit qu'en dehors de tout raisonnement cohérent.
- Dans l'hypothèse où l'énoncé du menteur serait *faux*, ici aussi, ce qu'il dit ne peut provenir d'aucun raisonnement cohérent. En effet, aucun raisonnement cohérent ne permet de produire un énoncé *faux*. Dans ce cas aussi, l'énoncé du menteur ne peut être construit qu'en dehors de tout raisonnement cohérent.
- Nous pouvons conclure plus facilement que dans l'hypothèse que l'énoncé du menteur soit *vrai* ou *faux*, cet énoncé ne peut être construit qu'en dehors de tout raisonnement cohérent. Nous pouvons donc considérer que l'énoncé du menteur est indifféremment *vrai* ou *faux*. Ce qui permet à cet énoncé d'être en dehors de l' "**ENSEMBLE REGLES**" (vu précédemment), c'est-à-dire que cet énoncé est permis par l' "**ENSEMBLE NON-REGLES**".

D'où nous déduisons qu'un menteur qui dit qu'il ment (sans assistance extérieure) ne fait que donner la preuve de sa liberté (en dehors de tout déterminisme).

Dans ce cas aussi, nous pouvons appliquer la variable  $U$  pour représenter les 2 états (indifféremment *vrai* ou *faux*) dans lesquels se trouve l'énoncé "**Je suis en train de mentir**". Il est encore possible de considérer que ces 2 états  $\{vrai - faux\}$  sont simultanés, ou "superposés".

Remarque importante :

La preuve à propos d'une variable de valeur de vérité indéfinissable n'intervient qu'à un niveau qui peut être considéré comme étant un niveau "binaire" : c'est-à-dire lors de l'étude des valeurs de vérité d'énoncés.

La variable  $U$  justifie l'étude de ce phénomène par les probabilités.

Ceci pourra être utile pour le **Chapitre 6** (partie "**3 Représentation géométrique correspondant à la variable  $U$** " , dans lequel est donné un exemple de description grâce à des représentations graphiques. Ce qui permet une approche très intéressante lorsque nous voulons comprendre comment un tel phénomène pourrait se produire de manière physique.

Remarque sur la formule d'Impulsion Seconde :

Cette indifférence à propos de la valeur de vérité (et donc à propos de la forme globale [ **énoncé ; valeur de vérité** ] ) rappelle l'indifférence à propos de l'écriture de la formule d'Impulsion Seconde  $\mathfrak{I}_2(M)$  (et donc à propos de la forme globale de l'écriture de la formule) vue dans le **chapitre 1** en sous-partie "**3.5 Formule d'Impulsion Seconde  $\mathfrak{I}_2(M)$** ". Nous avons en effet :

$$\mathfrak{I}_2(M) = \frac{1}{1 - \frac{1}{\mathfrak{I}(M)}} = \frac{1}{\frac{1}{\mathfrak{I}(M)} - 1}$$

Et dont le point de départ de cette formule vient de l'équivalence :

$$\frac{\mathfrak{I}(M)}{\mathfrak{I}(M) - 1} = \frac{\mathfrak{I}(M)}{1 - \mathfrak{I}(M)}$$

Remarque personnelle :

Voici donc ce qui représente pour moi la liberté au plus haut point : bien que le fond soit invariant ( $E$  ne peut être produit par aucun raisonnement cohérent), ce fond permet de manière équivalente 2 formes différentes d'expressions possibles (une forme pour l'ensemble "un énoncé supposé *vrai*" ou une autre forme pour l'ensemble "un énoncé supposé *faux*").

La formule logique évoquée ( $E_3 = \overline{E_2}.E_1 + E_2.U$ ) donne des contraintes à l'émergence de la liberté dans un univers qui suit aussi des règles.

Attention : tout ceci nous a permis d'effectuer un constat de l'existence de la liberté, ce qui en fait une preuve, et non une démonstration puisque la réflexion porte sur un énoncé indémontrable. Nous prouvons l'existence de la liberté lorsque nous trouvons un énoncé qui ne peut être conclu ou démontré par aucun raisonnement logique. Autrement dit, nous ne prouvons l'existence de la liberté que lorsque nous parvenons à construire cet énoncé en dehors de tout raisonnement cohérent (et qui provient par conséquent de l' "ENSEMBLE NON-REGLES").

Digression 1 :

Il doit exister une forme particulière (des conditions) qui permette de faire émerger de manière significative les effets des non-règles dans un système également soumis à des règles, de la même manière qu'il est possible de construire un énoncé tel que  $E$ . En d'autres termes, il serait possible de construire un système libre (c'est-à-dire qui inclut la liberté, le hasard), dans lequel cette liberté préexiste mais dont les effets seraient amplifiés (et visibles de manière notable).

Nous sommes composés de matière, or c'est précisément cette matière qui nous permet de construire des énoncés, d'établir des raisonnements, et d'en tirer des conclusions ou de faire des constatations. Si nous pouvons produire de tels énoncés, C'est que ce qui permet la liberté est déjà inclus en nous. Peut-être saura-t-on découvrir que certains éléments ou particules de matière ou même la configuration d'un groupe d'éléments permettent l'émergence de la liberté.

### Digression 2 :

De plus, pour continuer de faire le lien avec la matière, il est impossible (dans l'état actuel des connaissances) de connaître simultanément et avec exactitude la position spatiale et la vitesse d'une particule. 2 hypothèses peuvent être opposées : soit cela est une propriété de la matière et nous ne pourrions jamais connaître ces 2 données simultanément (ce qui serait équivalent aux tables de vérités de ce paragraphe), soit cela ne reflète que notre manque de connaissance de la matière (ce qui serait un équivalent du contre-exemple de la sous-partie "**1.7 Contre-exemple : la formule  $\mathfrak{I}(M)$** " page 39).

Or, s'il existe un énoncé tel que  $E$  et tel qu'aucun raisonnement cohérent (ou théorie) ne puisse produire (ou formuler de manière précise), il doit exister un phénomène physique équivalent qui reflète la possibilité qu'à l'énoncé  $E$  d'être indifféremment *vrai* ou *faux*. C'est-à-dire qu'il doit exister de toutes façons au moins un phénomène physique équivalent qui ne peut être formulé de manière exacte (ou complète).

Cela ne signifie pas pour autant (dans l'état actuel de nos connaissances) que l'incertitude liée à la position spatiale et à la vitesse d'une particule représente ce phénomène, mais cela a au moins le mérite d'en avoir en partie le potentiel.

Mais clairement, la découverte ou la mise en évidence d'un tel phénomène permettrait de l'inclure dans la construction d'un système, ce qui permettrait à ce système de "contenir la liberté" (ou le hasard).

### Digression 3 :

Le hasard et la liberté permettraient d'expliquer la diversité des formes d'assemblage de matière de l'univers (ce qui inclut tous les cas d'assemblage, même les êtres vivants).

### Suggestion :

Cette réflexion fait également suite à la sous-partie "**3.4 Remarque sur les énoncés constructibles**" (page 59). Nous pourrions tenter une approche psychologique partant de ces réflexions, en supposant que le cerveau est capable de produire ces énoncés tel que ceux que nous voyons dans ce chapitre,

et en opposant ce qui est constructible (les énoncés, leur définition, des images) à ce qui ne l'est pas. En supposant que le cerveau soit capable de produire de tels énoncés, alors le cerveau serait un système libre (qui ne peut choisir d'être libre), permettant de construire des énoncés qui proviennent de "**L'ENSEMBLE REGLES**" et d'autres qui proviennent de "**L'ENSEMBLE NON-REGLES**". Nous pourrions mettre en valeur les conflits qui peuvent avoir lieu, notamment lors du traitement d'un énoncé dont on attribuerait une valeur de vérité au hasard (et donc de prendre le risque de se tromper à propos de la cohérence de cet énoncé).

D'autre part, faire une bonne description de soi, c'est accepter qu'elle ne puisse pas être complète. En effet, une personne libre ne peut pas pas uniquement être déterminée par un ensemble de règles, puisqu'elle peut en permanence effectuer un choix, y compris lors de cette description (voir lors de son auto-description).

De plus, puisqu'il est possible d'établir un lien entre une onde physique (ceci est une anticipation développée dans le **Chapitre 6**) et la logique du calcul propositionnel "classique" grâce aux formules mathématiques  $D(N)$ ,  $f(M; x)$ ,  $s(M)$  et  $\mathfrak{J}(M)$ , cela donne un caractère absolu à ce lien. Si la matière qui compose les êtres sensibles ne faisait que dépendre de formules de ce type (en ce qui concerne "**L'ENSEMBLE REGLES**") mais aussi d'une liberté (permis par "**L'ENSEMBLE NON-REGLES**"), alors cela signifierait que tout être sensible a pour base cette logique de manière intrinsèque. Dans ce cas, il est possible de voir que tout problème psychologique (j'irai peut être même jusqu'à dire toute souffrance, de la plus insignifiante jusqu'à la moins supportable) peut se comprendre comme la différence entre ce qui provient de "**L'ENSEMBLE REGLES**" (immuable) et ce que l'on voudrait que les choses soient. Ces êtres pouvant en effet faire le choix (permis par "**L'ENSEMBLE NON-REGLES**") de vouloir que la réalité soit différente, et donc que la réalité suivent d'autres règles. Ce qui provoque la contradiction (le conflit) entre :

*[ ce qui est permis par la matière (les règles immuables, "fond" invariant) ]  
et [ le choix que cet être désire atteindre (un choix se réalise sous des "formes" variables) ]*

puisque (dans ce cas) ce choix est nécessairement incohérent (bien que possible : il peut l'exprimer par un nombre de mots limités, ce qui rend constructible l'énoncé produit).

Ainsi, toute souffrance pourrait avoir une racine commune. Il deviendrait alors possible de faire de cette approche psychologique une science exacte (physique) pouvant s'appuyer solidement sur une logique ayant pour point de départ la logique qui émerge de la matière (plus précisément grâce au lien entre les ondes des photons et la logique binaire).

Pour finir, il est convenable d'exprimer le fait que dans le cas où cette approche psychologique serait correcte, nous devons absolument remarquer que si cet être accepte la réalité (les règles et les libertés permises par la matière) telle qu'elle est, cela lui permet d'être en cohérence avec la réalité et donc ne pas avoir de problème psychologique.

Pour tout être sensible connaissant des souffrances de niveaux variables, il conviendrait donc dans un premier temps d'accepter la réalité telle qu'elle est par ses propres moyens. Souvent, lorsqu' "une logique" (celle que l'être sensible pense être la bonne) est poussée à son extrême, elle permet de révéler naturellement ses propres contradictions (les exemples ont été donnés dans le cas des énoncés qui font référence à eux-mêmes), ce qui devrait finalement apparaître clairement à la conscience de cet être. Il convient également dans un deuxième temps de rester dans cet état stable en veillant à toujours se rappeler du raisonnement utile à l'émergence d'une telle prise de conscience (en faisant le choix de se rappeler). Cette attitude permettant de garder un contact fiable avec la réalité, étant donné qu'un être sensible n'a pas nécessairement une conscience claire des règles que peut suivre la matière qui le compose, et donc n'a pas clairement conscience des incohérences auxquels ses propres choix ont le potentiel de le confronter. Ce qui invite l'être sensible qui désire s'affranchir de problème psychologique à faire le choix de la réflexion comme premier choix avant toutes nouvelles décisions.

Parallèlement à cette réflexion, il me semble important de compléter par un autre point de vue. Il s'agit d'un cas particulier concernant les choix d'un être libre ayant un problème psychologique. S'il devait exister une solution à ce problème, le refus de sa part (par simple choix) de s'impliquer vers la connaissance de cette solution l'empêche nécessairement de résoudre ce problème. Plus généralement, le refus d'implication vers cette connaissance empêche l'acquisition d'informations. On ne peut jamais forcer un être à résoudre ses propres problèmes (car s'il était effectivement forcé, il ne serait plus libre, ce qui provoquerait un autre problème), dans le meilleur des cas, on ne peut que lui montrer les conséquences de ce refus (en acceptant que le refus de sa part puisse être réitéré, ou même systématique).

### 3.6 Justification de la variable binaire $U$ de valeur de vérité indéfinissable

Etant donné la sous-partie précédente (“**Preuve complète : incomplétude et variable de valeur de vérité indéfinissable**” page 64) et le “**Théorème de limitation du déterminisme**”, pour  $E_1 = E_2 + E_3$  (en algèbre de *BOOLE*) avec :

$E_1 = [ \text{Tout énoncé est démontrable ou indémontrable} ]$

$E_2 = [ \text{Il est possible de construire des énoncés démontrables (tel que celui-ci)} ]$

$E_3 = [ \text{Il est possible de construire des énoncés indémontrables (tel que celui-ci)} ]$

Et avec :

$F_1$  une formule mathématique binaire (ne pouvant prendre pour valeur que 0 ou 1) permettant d’attribuer une valeur de vérité à l’énoncé  $E_1$ ;

$F_2$  une formule mathématique binaire permettant d’attribuer une valeur de vérité à l’énoncé  $E_2$ ;

$F_3$  une formule mathématique binaire permettant d’attribuer une valeur de vérité à l’énoncé  $E_3$ .

Dans le cas où  $E_1 = 1$  et  $E_2 = 1$ , nous avons :

$$\begin{aligned} F_1 &= 1 \\ F_2 &= 1 \end{aligned}$$

Nous avons conclu que nous avons également :

$$F_3 = U$$

En Rappelant que  $U$  peut valoir 0 ou 1 (valeur non prédictible), et qu'il est même possible de considérer que ces 2 valeurs sont superposées.

Ce qui implique qu'il existe toujours au moins un phénomène qui ne peut pas être déterminé par une formule précise. Ce phénomène au moins ne peut pas être formulé de manière exclusivement déterministe.

Comme la valeur de  $F3$  ne peut jamais être donnée de manière précise dans le cas où  $E_3 = [ \textbf{Il est possible de construire des énoncés indémontrables (tel que celui-ci)} ]$ , ceci justifie implicitement l'utilisation d'une variable binaire  $U$  de valeur de vérité indéfinissable.



## 3.7 Etendue

Cette réflexion vient compléter les réflexions faites dans toutes les sous-parties de la partie “**3 Preuve de la liberté**” (page 53) que nous venons d’aborder jusqu’ici.

Nous avons vu dans le raisonnement de les sous-parties “**3.1 Première approche**” (page 54) et “**3.5 Preuve complète : incomplétude et variable de valeur de vérité indéfinissable**” (page 64) que nous pouvions rencontrer le cas où un énoncé peut être constructible en dehors de toute règle logique. cela signifie qu’il ne peut exister aucun processus uniquement déterministe (où une cause unique produit un effet unique) qui permette de faire émerger cet énoncé. Ce qui signifie encore que la liberté préexiste dans ce système, c’est-à-dire qu’elle fait déjà partie de ce système, au même titre que les règles logiques qui détermine ce système.

Un système qui peut générer un tel énoncé donne la preuve de sa liberté.

Maintenant, si nous considérons ce système libre, il devient possible pour celui-ci de construire un autre système libre, dans le sens où ce nouveau système serait construit de manière à contenir des règles logiques mais aussi une capacité à donner des énoncer en dehors de ces règles. De la même manière, pour ce nouveau système, il n’aura pas non plus la possibilité de de choisir de devenir libre, et la liberté qui pourrait en émerger préexistait.

S’il est possible d’agencer des éléments pour construire des énoncés non issus de règles logiques, comment pourrait être construit un tel énoncé, ou même un tel système si le “hasard” (les “non-règles”) ne préexiste pas dans les parties qui constituent ce système ?

Les règles déterministes et le hasard coexistent ainsi : la liberté est là où ne peut pas être le détermininsme, et le détermininsme est là où ne peut pas être la liberté.

### Complément de réflexion 1 :

Nous pouvons constater que les règles de logique (tel qu'un raisonnement cohérent) peuvent s'appliquer à cet énoncé *E* une fois celui-ci construit (on pourrait même dire de ce cas qu'il faut bien qu'il existe des choses en dehors des règles logiques pour que les règles logiques puissent être appliquées à quelque chose).

Il est donc possible de construire quelque chose en dehors du cadre des règles logiques : quelque chose de vrai et d'indémontrable (voir la 2<sup>ème</sup> partie), ou quelque chose de faux (voir la 1<sup>ère</sup> partie). A partir de "**L'ENSEMBLE NON-REGLES**", un système pourrait réaliser un choix en produisant un énoncé vrai et indémontrable ou en produisant un énoncé faux.

La notion de "potentiel" pour un système pourrait alors avoir un sens, un "potentiel" qui représenterait les constructions possibles (réalisables) d'un énoncé ou d'un autre (qu'il soit *vrai* ou *faux*).

### Complément de réflexion 2 :

Nous ne pouvons pas faire l'économie de la réflexion sur ce sujet par exemple en affirmant que l'énoncé *E* n'est qu'une erreur. En effet, la réalité de cet énoncé est bien là puisqu'il peut être construit. S'il était une erreur, cela signifie qu'une erreur peut être produite, et elle peut être produite également en dehors de toute règle logique. Ce qui nous ramènerait immédiatement à cette réflexion que nous venons d'établir : comment un système de règles logiques et cohérentes pourrait permettre de produire une erreur ?

Voici donc les signes de la liberté ou du hasard (ce que j'appelle aussi "non-règles") : "l'indémontrabilité", l'incohérence, l'erreur, ... Et en fait, tout ce qui permet de construire en dehors du cadre des règles logiques. Le hasard est le complément indispensable au déterminisme, le complément qui manque pour pouvoir reconstituer ce monde de manière compréhensible et réaliste.

### Digression 1 :

Même si nous évoquions un Dieu pour intervenir dans cette affaire, nous pourrions le remettre en cause directement en lui appliquant ce raisonnement, c'est-à-dire qu'il n'a pas non plus la possibilité de choisir de devenir libre. La liberté lui préexiste. Ou alors ce Dieu là n'aurait pas de sens du point de vue de la cohérence. S'il devait exister un Dieu, ce serait un Dieu soumis aux mêmes règles et liberté que ces systèmes précédemment cités. Et donc soit il serait confondu avec ces systèmes, soit il serait les règles et la liberté de ces systèmes.

D'autre part, si Dieu était confondu avec toutes choses (l'univers) ou même seulement avec un ensemble de choses ou d'idées, alors il serait simplement équivalent à l'ensemble de ces choses, et nous pourrions presque écrire "Dieu = Univers" ou "Dieu = l'ensemble des choses (ou idées) qui le compose".

### Digression 2 :

La "Digression 1" ne tranche pas sur l'existence ou non d'un Dieu, car pour raisonner sur ce point, il faudrait définir Dieu. Par contre, en lui attribuant des propriétés, il devient possible d'établir un raisonnement cohérent et de déduire au moins ses limites (par exemple les limites de sa liberté, comme vu dans la digression précédente). Pour répondre à cette question, tout dépend de la définition de Dieu et des capacités qu'on lui attribue.

(voir le passage "**Elément de réponse partielle sur la question de Dieu**" en fin de partie "**5 Preuve de l'existence éternelle**" page 93)

### 3.8 Dissociation des notions de liberté et de hasard

Il convient maintenant de dissocier les 2 notions que sont celles de liberté et de hasard.

En effet :

- La notion de liberté serait plutôt à associer aux être conscients d'eux-même (avec un niveau de conscience plus ou moins élevé) et auxquels des règles cohérentes et exclusivement déterministes ne suffisent pas à leur description. C'est-à-dire lorsque ce phénomène participe à un phénomène de conscience de soi.
- Alors que la notion de hasard serait plutôt à associer à des objets non conscients et auxquels des règles cohérentes et exclusivement déterministes ne suffisent pas à leur description. C'est-à-dire lorsque ce phénomène participe à un phénomène ne faisant pas intervenir la conscience.

#### Remarque 1 :

Un exemple de représentation graphique permettant une interprétation de l'émergence de cette liberté ou hasard est donnée dans le **Chapitre 6** (partie "**3 Représentation géométrique correspondant à la variable  $U$** ").

#### Remarque 2 :

Cette remarque est elle aussi à lier à la réflexion du **Chapitre 6** (partie "**3 Représentation géométrique correspondant à la variable  $U$** ").

Bien que j'adhère à prendre beaucoup de précautions concernant ce domaine (par anticipation), nous pouvons émettre l'hypothèse que la mise en évidence d'un tel phénomène pourrait permettre le développement de robots vers plus d'autonomie. Cependant, ceci pourrait aussi nous confronter au débat de leur statut au sein d'une société humaine dont ils seraient issus, ce qui serait légitime. Nous devons avoir au moins le respect de nos créations, et si ce n'était pas le cas, ne pas les réaliser.

Cependant, de par cette hypothèse, il nous est possible de concevoir plusieurs possibilités (qui peuvent d'ailleurs être simultanées) : nous pourrions doter ces robots d'un niveau de conscience plus ou moins élevé, ou nous pourrions les doter de degrés de liberté plus ou moins élevé, en veillant à ce que les uns n'aient pas systématiquement la possibilité d'interagir avec les autres (par une communication directe ou même en réseau), afin d'éviter une évolution non-maîtrisée. De plus, ces robots seraient alors capables de faire des choix au hasard (sans réflexion préalable, ni estimation des conséquences), ils seraient alors aussi capables de commettre des erreurs (sans en avoir conscience) qui pourraient devenir nuisibles, ce qui doit nous renvoyer à la réflexion de la phrase précédente.

Mais à ce stade, et j'en ai bien conscience, tout ceci peut paraître comme étant de la pure fiction, étant donné que la réflexion porte sur une hypothèse, qui n'est pas une réalité au jour où j'écris ces lignes. Il nous faudrait pour cela au moins une théorie physique de la psychologie, qui incluerait une part de déterminisme et une part de choix (sur lequel ce déterminisme n'a pas d'emprise). Cette conception du choix qui peut amener un être à construire des formes d'énoncés cohérents ou incohérents pourrait nous permettre de révéler ce qui fait la richesse des émotions. Chaque choix "incohérent" devant mener à une émotion unique (voir à un changement d'émotion vers une émotion unique, émotion unique qui peut même être vue comme la synthèse d'une suite de choix), chaque choix cohérent devant ramener vers une stabilité (les émotions s'atténuent lorsque l'incohérence d'un choix est remise en cause).

Pour ma part, et vu la description faite dans le **Chapitre 6** que nous aborderons, il me semble que la moindre partie de cette univers, disons chaque particule et même la moindre, doit contenir ce phénomène. Il me semble en effet que ce phénomène doit être très répandu et même très commun. Il me semble aussi que nous ne pouvons pas intervenir sur ce phénomène (nous avons vu en sous-partie "**3.2 Limites préalables**", page 56, que la liberté préexiste dans un système sans qu'il soit possible d'en décider autrement), mais plutôt le révéler et le mettre en évidence de manière notable.

Nous devons tout de même poursuivre la réflexion dans les sous-parties qui suivent avant de passer au chapitre suivant.



# 4

## La conception du discontinu

### 4.1 Approche par les formules

Cette partie fait suite à la partie “**4 Remarques : formule  $D(N)$  et phénomènes physiques associés**” du **Chapitre 1**.

- Si nous considérerons les formules que nous avons vu dans le **Chapitre 1** (notamment la formule  $D(N)$  de décomposition d'un nombre entier en produit de facteurs premiers, ou même la formule  $f(M; x)$ , la formule  $s(M)$  et la formule  $\mathfrak{I}(M)$  ) et si nous nous proposons d'étudier des phénomènes liés aux ondes (ce qui implique les longueurs d'onde et donc les fréquences et les périodes), ces formules n'étant définies que pour des variables qui prennent des valeurs entières, alors force est de constater que l'espace et le temps ne peuvent être considérés que comme étant discontinus (au regard du domaine de définition de ces formules).

- En d'autres termes, prenons l'exemple de la formule  $s(M)$ . Cette formule étant définie seulement pour tout  $M \in \mathbb{N}$ ,  $M \geq 2$  (c'est-à-dire seulement si  $M$  vaut un nombre entier supérieure ou égale à 2).

Si nous nous proposons d'étudier les ondes d'un système (par exemple les ondes des photons qui composent la lumière) à l'aide de cette formule, en associant  $M$  à une variable de longueur d'onde (la longueur d'onde est liée à la fréquence), alors nous devons nous restreindre aux longueurs d'ondes qui correspondent à des longueurs d'ondes entières.

Cette formule ne nous permet pas de traiter des longueurs d'ondes intermédiaires à ces longueurs d'ondes entières.

Cette formule ne permet pas de considérer que les longueurs d'ondes que l'on mesure puissent être continues. Et donc, cette formule, comme les autres évoquées au début de cette sous-partie, implique de traiter les longueurs d'ondes par la discontinuité.

De plus, il faut remarquer que dans ce cas, une longueur d'onde atteint un minimum (décomposable) qui se trouve correspondre à  $M = 2$ .

- D'autre part, traiter les longueurs d'ondes par la discontinuité implique directement de traiter la période par la discontinuité. En effet, puisque la période (temps) est l'inverse de la fréquence (qui est liée à la longueur d'onde par la formule suivante). Par exemple pour un photon, étant donné la formule :

$$f = c/\lambda \quad \text{avec :}$$

$\lambda$       la longueur d'onde,  
 $f$       la fréquence correspondante,  
 $c$       la vitesse de la lumière (qui est la vitesse d'un photon).

Pour reprendre l'exemple du photon, l'existence d'une longueur d'onde minimum implique l'existence d'une fréquence maximum, et donc d'une période minimum. Il est donc justifié de parler d'instant (même si cela peut paraître abstrait).

De plus, l'existence d'une période minimum permet d'étendre le raisonnement à tous les phénomènes cycliques (incluant la fréquence angulaire).



- Pour compléter, traiter le temps par la discontinuité implique directement de traiter le mouvement par la discontinuité, puisque le mouvement dépend directement du temps. Mais comme le mouvement dépend aussi de l'espace, cela implique aussi directement la discontinuité de l'espace. A l'aide de telles formules, nous ne pourrions obtenir des mesures qu'à des points précis dans un espace. Il est donc justifié de parler de points (même si cela peut paraître abstrait).

Pour reprendre l'exemple du photon, l'existence d'une longueur d'onde minimum exprime bien une distance minimum dans l'espace.

- Pour finir, toutes grandeurs physiques dont les formules font intervenir des variables de temps ou d'espace ne permettrait de donner que des résultats dont les valeurs accessibles seraient nécessairement discontinues ou "quantifiées".

#### Conclusion :

Ces formules ne permettent de concevoir le temps et l'espace que comme étant discontinus, ainsi que les grandeurs qui ont un lien direct avec le temps ou l'espace.

Ces points de vue nous feraient plutôt suggérer de prendre position en faveur de la "**Théorie de la gravitation quantique à boucles**" (ou "***Loop quantum gravity***").

#### Avis personnel :

De ce point de vue, j'aurais du mal à adhérer à une théorie comme la "**Théorie des cordes**" puisque celle-ci conçoit la continuité des cordes. J'ai bien conscience que cela peut permettre une bonne approche des états vibratoires d'une particule, mais à mon sens pas de donner une description complètement exacte de la réalité. Par contre, si ces cordes étaient discontinues et donc constituées uniquement de points situés à un minimum de distance les uns des autres (même s'ils ne s'agissait que de points positionnés sur ces cordes), cela deviendrait plus intéressant. J'aurais ainsi plutôt tendance à m'intéresser à la "**Théorie de la gravitation quantique à boucles**", dont la conception (espace et temps discontinus) est plus proche de la mienne.

Digression :

Nous pouvons nous demander quel est la place des nombres réels (en mathématiques) et des nombre transcendants dans une conception des choses invoquant la discontinuité.

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, les énoncés sont constructibles. La définition d'un énoncé est elle aussi constructible, bien qu'une définition ne permette pas systématiquement de construire un énoncé (exemple de la définition de  $F$  vue en sous-partie "**3.4 Remarque sur les énoncés constructibles**" page 59).

Par contre une définition qui est constructible (c'est-à-dire qu'elle comporte un nombres fini de mots, qui contiennent un nombre fini de lettres, et qui est écrite dans un espace fini) peut donner des instructions de manière à produire un énoncé constructible, ou de manière à ne jamais permettre d'achever l'écriture de ce qu'elle défini (nous sommes dans le cas où ce qui est défini est inconstructible).

Par exemple, dans le cas des nombres transcendants. Le nombre  $\pi$  ne peut jamais être donné de manière achevée et finie. Pourtant, il existe des formules contenant un nombre fini de symboles permettant de le définir. Cependant, son calcul ne peut jamais s'achever.

Par comparaison ou analogie dans ce cas, nous pourrions dire qu'une définition similaire à la formule de  $\pi$  est constructible (elle contient un nombre fini de symboles), mais ce que la définition propose d'atteindre ne peut jamais l'être de manière "actuelle", ou ne peut jamais "être fini de construire" (similitude avec le nombre  $\pi$ ).

Pour continuer la comparaison avec "ce qui est défini", d'après ce que nous avons vu dans la partie précédente,  $\pi$  ne serait pas un nombre constructible (c'est-à-dire que  $\pi$  ne peut pas être donné en un temps fini : sa construction nécessitant le calcul d'un nombre infini de chiffres).

Autrement dit, la formule définissant  $\pi$  est constructible mais  $\pi$  n'est pas constructible. Il devient alors convenable d'en avoir seulement une approximation.

## 4.2 Approche par un paradoxe connu de la Grèce antique

Une autre approche au sujet de la continuité ou discontinuité de l'espace et du temps peut être faite par l'observation des arguments avancés par *Zénon d'Elée* (né entre 490 et 485 avant *Jésus – Christ*) à propos des “paradoxes” sur la notion de mouvement.

*Zénon* prétendait que la notion de mouvement était paradoxale grâce à des exemples.

Prenons un des exemples avancés par *Zénon*. Comme lui, réfléchissons sur la situation “d'Achille et la tortue”. La situation est la suivante :

- On suppose que l'espace et le temps sont continus.
- On veut faire courir Achille contre une tortue.
- On sait qu'Achille court plus vite que la tortue.
- On laisse prendre de l'avance à la tortue qui ne s'arrête pas.
- Au bout d'un temps raisonnable, on demande à Achille de dépasser la tortue (entendons par “temps raisonnable” que ce qu'on demande à Achille est réalisable).

L'argument de *Zénon* est alors le suivant :

- Depuis l'instant son départ jusqu'au départ d'Achille, la tortue a parcouru une distance  $D$ .
- Lorsque Achille arrivera à la moitié de la distance qui le sépare à ce moment là de la tortue, la tortue aura encore parcouru une petite distance.
- Lorsque Achille arrivera à la moitié de cette nouvelle distance qui le sépare à ce moment là de la tortue, la tortue aura encore parcouru une autre petite distance.
- Lorsque Achille arrivera à la moitié de cette nouvelle autre distance qui le sépare à ce moment là de la tortue, la tortue aura encore parcouru une faible distance.
- Et ainsi de suite : nous pouvons répéter cette observation une infinité de fois.

D'où *Zénon* conclut que comme Achille arrive à dépasser effectivement la tortue (il suffit de les faire courir l'un contre l'autre pour s'en rendre compte), le raisonnement et l'expérience ne permettant pas de conclure la même chose, la notion de mouvement doit être paradoxale.

Le problème vient du fait que dans cet exemple, la continuité du temps ou de l'espace n'est pas remise en cause. En effet, si nous supposons que le temps ou l'espace est discontinu et avec le même exemple, la conclusion du raisonnement peut être en accord avec la réalité.

En effet, si le temps s'écoule de manière discontinue ou si l'espace ne peut être parcouru que de manière discontinue, alors on ne peut diviser de moitié (comme précédemment) le temps ou l'espace de manière infinie, ce qui lève le paradoxe à propos de la notion de mouvement (dans le cas où le temps et l'espace sont continus). Ceci implique d'admettre qu'il existe un minimum de durée (pour le temps) et un minimum de longueur (pour l'espace).

## 5

# Preuve de l'existence éternelle

Si le mot “**RIEN**” peut être défini comme “l’absence de toute chose” , alors le mot “**RIEN**” signifie aussi l’absence d’un mot pour le nommer et l’absence de sa définition. Et finalement, “**RIEN**” ne pourrait être exprimé.

Or, ce n’est pas le cas ici, étant donné que nous venons de l’exprimer.

Donc “**RIEN**” devrait être défini comme “**la présence du moins possible de chose**”. Entendons par “**du moins possible**” au moins d’un nom et d’une définition.

Il ne peut y avoir “**RIEN**” dans le sens de “**l’absence de toute chose**”, il ne peut donc qu’exister un minimum de chose(s), c’est-à-dire au moins les idées de nom et de définition de ce mot.

Ce raisonnement étant valable à tout instant, l’existence de ce minimum de chose est en dehors du temps. Autrement dit : ce raisonnement étant valable à tout instant, l’existence ne dépend pas du temps, ou encore l’existence ne varie pas en fonction du temps.

D’où l’éternité de l’existence (c’est-à-dire de l’existence d’un minimum d’idées au moins).

Complément de réflexion :

Vouloir définir “**l’absence de toute chose**” (ou même “**le vide total**”) est donc incohérent. Le problème qui se pose à côté de cette réflexion est de

se demander s'il ne faudrait pas modifier toutes les définitions incohérentes du langage... Soit en rajoutant dans la définition concernée qu'elle est incohérente, soit en la modifiant de manière à la rendre uniquement cohérente. On ne peut pas simplement considérer que la définition soit "valable" indépendamment d'un raisonnement cohérent, alors qu'un tel raisonnement peut la rendre "non valable".

D'autre part, si nous reprenons l'exemple des "règles logiques" vu en première partie, rappelons que nous avons déduit :

$A' = [ \text{il existe un minimum de règles logiques dont } A' \text{ fait partie} ]$

Cette règle (comme d'autres énoncés cohérents) doit être valable à tout instant pour rester cohérente, l'existence de ce minimum de règle est donc en dehors du temps lui aussi. Ce qui permet de conclure qu'il existe un minimum de règles immuables (au moins  $A'$ ), c'est-à-dire qui ne peuvent varier au cours du temps (puisqu'elles sont en dehors du temps).

#### Digression 1 :

Nous pouvons constater que les énoncés dont la structure est du type :

$[ \text{Rien (suivit du reste de l'énoncé)} ]$

Nous amène presque systématiquement à conclure une structure du type :

$[ \text{il existe un minimum de (suivit du reste de l'énoncé)} ]$

Même en modifiant la définition du mot "**RIEN**", tel que "**RIEN, c'est au moins la présence d'un minimum de chose**", nous aboutissons toujours à la même conclusion. C'est-à-dire que nous aboutissons à :

$[ \text{il existe un minimum de (suivit du reste de l'énoncé)} ]$

C'est souvent l'auto-référencement d'un énoncé (c'est-à-dire le fait qu'un énoncé fasse référence à lui-même, directement ou indirectement) qui permet d'en déduire la cohérence ou l'incohérence. En effet, si l'énoncé en question affirme des propriétés à propos d'un ensemble et si cet énoncé peut être inclu de manière cohérente dans cet ensemble, alors cet énoncé est cohérent.

### Digression 2 :

A la question : “Pourquoi y a-t-il quelquechose plutôt que rien ?”,

Etant donné qu’il doit y avoir quelquechose plutôt que rien à tout instant, il serait cohérent de répondre :

“Parce que rien en tant qu’absence toute chose n’a pas de sens”.

### Digression 3 :

Quel sens doit être donné au nombre 0 en mathématiques si 0 si l’on considère que 0 est équivalent au mot “**RIEN**” ?

Nous avons vu que “**RIEN**”, ce n’était pas l’absence toute chose. Donc 0 ne peut être l’absence de toute chose. en effet, 0 aussi possède au moins un nom, un symbole et une définition. Comme il faut de la matière pour écrire ou penser ce nombre, 0 est le minimum de matière nécessaire à sa formulation. 0 prend donc une forme particulière, au même titre que les autres nombres. Disons encore que 0 est la forme particulière d’un minimum de matière permettant son expression.

Pour finir, lorsque l’on dénombre les choses qui ont la même forme, 0 exprime l’absence de chose de la forme particulière que l’on veut dénombrer parmi l’ensemble des formes qui existent. 0 est donc le minimum de chose qui permet d’effectuer un constat.

### Digression 4 :

De plus et par conséquent, comme l’existence ne varie pas en fonction du temps, cela signifie que l’existence ne peut pas être exprimée en fonction d’un début dans le temps ni en fonction d’une fin dans le temps. Clairement : il n’est pas cohérent de prétendre que l’univers a commencé à un instant donné et se terminera à un autre instant.

Il ne peut donc pas être cohérent de parler d’origine de l’univers ou même d’un “big bang” , sauf si l’on considère qu’un évènement de ce type ne peut être qu’une étape dans le déroulement du temps.

A ce propos, je tiens à signaler qu'un autre cas d'évolution de l'univers en envisageable. Ce raisonnement n'étant fondé que sur des remarques expérimentales et sur l'acceptation logique de l'existence éternelle, la conclusion ne sera qu'une hypothèse.

L'univers est en expansion accélérée. Par conséquent, la densité de matière dans l'espace diminue. Dans ce cas, la matière a tendance à émettre plus d'énergie qu'elle n'en absorbe, et donc la quantité d'énergie (ou de photons) contenue dans la matière diminue. Par extrapolation dans le temps, il devient possible d'imaginer la situation où toute la matière de l'univers aurait émis toute l'énergie qu'elle contenait. Il n'y aurait plus dans l'espace que des photons. A ce moment précis, l'univers a terminé un cycle d'évolution et peut en démarrer un suivant avec des conditions initiales ressemblant à celles du "big bang". Dans ce cas, le "big bang" n'est qu'une étape qui ne représente que le commencement d'un nouveau cycle d'évolution de l'univers sous la forme d'une expansion. Ajoutons une remarque sur la fin de l'évolution d'un de ces cycles. Il est possible d'émettre l'hypothèse que la densité de photons dans l'espace doit au moins atteindre une moyenne afin de permettre le passage au cycle suivant, ou encore que chaque photon soit dans un état vibratoire identique dont l'amplitude serait maximum. Ce qui permet de "changer d'échelle" sans que cela puisse être perceptible, puisque les règles à propos du minimum de temps, de distance, le minimum d'invariance des règles seraient toujours les mêmes.

Une hypothèse serait donc que l'évolution de l'univers soit cyclique, et que l'évolution ne se fasse exclusivement que par une diminution de densité de matière (et d'énergie) dans l'espace. Une fois la densité nécessaire atteinte ou l'état vibratoire de chaque photon identique et d'amplitude maximum, un nouveau cycle commence.

Mais ceci n'est qu'une hypothèse, ce qui ne signifie même pas qu'il faille systématiquement y adhérer. Elle est simplement destinée à faire remarquer qu'il est encore possible d'émettre d'autres hypothèses.



### Eléments de réponse sur la question de Dieu :

Je me risque à cette réflexion, en me présentant simplement comme une personne ouverte d'esprit, sans préjugé et qui s'attend à toutes possibilités de réponse. Car le but n'est pas ici de choquer mais plutôt de faire une expérience de pensée, simplement parce qu'il est possible de la faire, de manière calme et posée. Ces réflexions n'engageant, de toutes façons, que moi. Je préviens par avance que comme à mon habitude, le style de cette réflexion sera plutôt direct. Alors seulement si vous le voulez bien, je vous proposerai de me suivre (et personne n'y est forcé). Essayons de mener une réflexion cohérente sur ce sujet.

Dieu peut-il être le créateur de tout ?

Si "Dieu est le créateur de tout" , il est aussi le créateur de lui-même. Ce qui sous-entend directement qu'avant lui et le reste de sa création, il n'existait rien : en effet, puisque de manière équivalente, l'énoncé affirme qu'il est à l'origine de toute chose (et y compris de lui-même).

Nous avons vu que "**RIEN**" , ce n'était pas l'absence toute chose. Il ne peut donc jamais y avoir une absence totale de chose, cela n'aurait pas de sens du point de vue de la cohérence. Ce qui implique qu'aucune force, aussi grande et si divine soit elle ne puisse être à l'origine de sa propre existence. Les choses sont et ont toujours été (mais certainement sous des formes différentes au vu de l'évolution de l'univers), sans qu'une force n'aie à intervenir pour cela.

"**RIEN**", ce n'est pas l'absence toute chose : la création (sous-entendu l'existence d'un créateur) est une hypothèse *fausse* si nous considérons ce raisonnement cohérent.

"**RIEN**", ce n'est pas l'absence toute chose. Et ceci est valable à tout instant, mais comme ceci reste valable en dehors du temps, ceci n'empêche pas de supposer que le temps puisse être ou puisse avoir été "quasiment figé" (sous-entendu pas "complètement figé", et donc finalement pas "figé", mais plutôt ralenti).

Enfin, qu'en serait-il d'un Dieu qui serait défini par l'infini ? C'est-à-dire Dieu est-il "infini" ? La définition de ce Dieu serait bien constructible, mais ce Dieu "lui-même" ne pourrait être "constructible" , et donc inachevé (réflexion faite en partie "**3.4 Remarque sur les énoncés constructibles**" page 59).

Si la “définition” de Dieu n’était pas constructible non plus, sous-entendu il y aurait une définition de la “définition de Dieu” de manière à ce que la première soit constructible mais pas la seconde, alors il serait impossible d’établir un raisonnement cohérent à propos de cette seconde “définition” puisque nous ne pourrions jamais connaître l’intégralité de son contenu. Et donc nous ne pourrions jamais connaître le sens de cette “définition”. Si bien qu’il serait finalement impossible de savoir si croire en l’existence de Dieu est fondé ou non, et finalement, du point de vue de la cohérence d’un raisonnement, il ne serait pas possible pour nous de donner un argument cohérent “pour ou contre” sur ce sujet. Cette position s’apparenterait presque au scepticisme, à ceci près que dans notre cas, on refuse d’affirmer ou de nier l’existence de Dieu car on sait que cela ne serait pas raisonnable.

Mais il resterait tout de même possible de raisonner sur la première définition constructible. Et si cela pouvait être possible du point de vue de la cohérence, il resterait à trouver une définition de Dieu qui puisse être “correcte”.

#### Observation finale :

Cette réflexion n’a pas pour but d’affirmer ni de nier l’existence d’un Dieu, mais plutôt d’anticiper que dans l’hypothèse de son existence, il serait raisonnable que les propriétés que l’on attribue à Dieu incluent ces limites :

- Il ne peut pas être créateur,
- S’il est infini, il est impossible de donner raisonnablement un argument pour ou contre son existence, sauf peut-être s’il n’est pas infini...
- D’autre part, si Dieu était confondu avec toutes choses, il serait simplement équivalent à l’ensemble de ces choses, et nous aurions “Dieu = Univers”. Et si Dieu n’était qu’un ensemble de choses ou d’idées, nous aurions “Dieu = l’ensemble des choses ou idées qui le compose”. De plus, dans ce dernier cas, si cet ensemble était fini, alors Dieu serait constructible.

Ajoutons aussi que dans l’hypothèse où Dieu est infini et dans l’hypothèse où l’univers est infini (en quantité de matière), Dieu n’est ni plus ni moins que l’univers lui-même. D’où l’on déduirait que “Dieu = Univers”.

Pour conclure, dans le cas où “Dieu = Univers” (comme dans le cas où “Dieu = l’ensemble des choses ou idées qui le compose”), parler de Dieu ou parler de l’univers (respectivement parler de l’ensemble des choses ou idées qui le compose) reviendrait à parler de la même chose. Et si l’univers (ou respectivement un ensemble de choses ou d’idées) était connaissable (ne serait-ce même que partiellement), alors Dieu le serait également (ne serait-ce même que partiellement, ici aussi).



## 6

# Possibilité d'établir une théorie physique

A ce stade de la réflexion, il me semble qu'une théorie qui reflèterait au mieux la réalité (les règles, les non-règles, les situations constructibles, la discontinuité) tiendrait compte des conclusions de l'étude d'au moins des 4 premiers chapitres et d'au moins des 5 premières parties de ce chapitre.

Ce qui sous-entend qu'il deviendrait possible de commencer une théorie physique à partir des conclusions des **Chapitres 1 à 5** :

- La formule de décomposition  $D(N)$  d'un nombre entier  $N$  en produit de facteurs premiers, démontrée dans le **Chapitre 1**.
- La formule  $D(N)$  (**Chapitre 1**) appliquée aux longueurs d'onde des photons (**Chapitre 5**), ce qui sous-entend qu'une longueur d'onde  $N$  peut être décomposée en longueurs d'ondes plus simples (ou fondamentales) et que ces longueurs d'onde prennent nécessairement des valeurs qui peuvent être ramenées à des nombre entiers.
- La formule  $D(N)$  également appliquée aux périodes des ondes des photons (**Chapitre 5**), ce qui sous-entend qu'une période  $N$  peut être décomposée en périodes plus simples (ou fondamentales) et que ces périodes prennent nécessairement des valeurs qui peuvent être ramenées à des nombre entiers.

- La formule simplifiée  $s(M)$ , doù peuvent découler des formules légèrement différentes tels que  $s(2.M + 3)$ ,  $s(2.M + 5)$ ,  $s(3.M + 2)$ ,  $s(5.M + 2)$ , ... et dont chaque graphique peut présenter des analogies avec ceux des spectres de lumière (pour chacune de ces formules et pour  $M$  une longueur d'onde, le graphique correspondant s'apparente à des raies spectrales).
- Les liens possibles entre les ondes et la logique binaire (**Chapitre 1** et **Chapitre 5**), et donc l'implication des nombres entiers et des nombres premiers dans la logique binaire se manifestant par les phénomènes ondulatoires.
- La possibilité de former toutes les propositions du calcul propositionnel "classique" entre autres à partir de la formule  $\mathfrak{I}(M)$  (**Chapitre 1**), et donc seulement à partir d'ondes et d'un système de traitement de ces ondes.
- L'existence de choses (comme les énoncés) constructibles par des règles cohérentes ou en dehors de toute cohérence (**Chapitre 5**). Les tables de vérité tenant compte d'une variable binaire  $U$  dont la valeur de vérité est indéfinissable (**Chapitre 5**), justifiée par les caractéristiques qui se manifestent à la construction d'un énoncé *indémontrable*. Cette variable ne pouvant apparaître qu'à un niveau binaire (une fois le traitement des ondes effectué par une des formules binaires fondamentales tel que  $f(M; x)$ ,  $s(M)$ ,  $\mathfrak{I}(M)$ , ...). La variable  $U$  justifie sa propre étude par les probabilités.
- L'invariance des règles logiques (elles doivent être immuables, **Chapitre 5**).
- La discontinuité de l'espace, du temps et d'autres grandeurs physiques qui nécessitent des formules incluant des variables d'espace ou de temps (**Chapitre 5**), et l'existence d'un minimum de distance et d'un minimum de durée.
- L'incohérence d'obtenir le vide total à n'importe quel instant et par conséquent l'impossibilité de déterminer une origine de l'univers dans le temps ni même une fin (**Chapitre 5**)...

### Complément de réflexion :

La réflexion suivante peut permettre de répondre à cette question : les concepts mathématiques sont-ils une invention de l'esprit humain? Ou bien l'esprit humain ne fait-il que les découvrir, ce qui sous-entendrait que ces concepts existent avant que l'esprit humain ne les découvre?

La formule  $D(N)$  possède un domaine de définition ( $N \in \mathbb{N}$  tel que  $N \geq 2$ ). En appliquant cette formule à la longueur d'onde ou à la période d'un phénomène physique, nous fixons donc directement les limites de longueur minimum et de période minimum pour tout phénomène cyclique (ces limites sont d'ailleurs des constantes). Ceci permet d'établir un lien direct entre le domaine de définition de la formule mathématique  $D(N)$  et des limites de ce qui est permis de concevoir physiquement (ces limites sont la longueur minimum et la période minimum).

En effet, le domaine de définition de  $D(N)$  justifiant ces limites physiques, ce lien direct entre concept mathématique et réalité physique permet de constater que ces concepts mathématiques doivent exister avant que l'esprit humain ne les découvre, afin que notre monde physique possède ces limites. Notre monde physique posséderait donc naturellement ces limites qui peuvent être représentées par les concepts mathématiques connus. L'existence de ces concepts (ou de ces règles) sont nécessaires avant que nous ne les découvrons. Et lorsque nous les découvrons, nous leur faisons prendre forme dans un langage que nous avons défini, dont la forme (des symboles, par exemple) est purement un choix. Ce choix de l'esprit humain n'intervient donc que sur la forme (parmi un nombre de formes possibles), pas sur le fond.

### Justifications personnelles d'une théorie physique :

Je suis un être fait de matière. C'est cette matière qui m'a permis de découvrir la formule  $D(N)$  (entre autres). C'est cette matière qui me permet aussi de tirer des conclusions à partir de raisonnements cohérents. Si ces formules et ces conclusions ont pu être construites grâce à un assemblage de matière (tel que je suis), et si elle sont cohérentes, elles doivent pouvoir aussi s'appliquer à ce qui me constitue, c'est-à-dire à la matière elle-même. C'est aussi pour cela que je pense qu'il doit exister un lien entre ces formules, ces conclusions et la matière (et donc la physique). Cela me paraît indissociable. Ce qui, selon moi, justifie la possibilité d'appliquer à la matière une théorie physique à partir de ces formules et de ces conclusions.





# 7

## Le sens de la vie

Cette partie est un peu plus personnelle. Elle est présente car, à mon sens, c'est typiquement le genre de raisonnement suivant qu'il convient d'appliquer pour une telle question.

En effet, si nous posons la question à un individu :

“Quelle est le sens de la vie ?”

Nous observons tout d'abord que cette question s'exprime à propos d'une généralité : il s'agit de “la vie” en générale. Cette question exigerait donc une réponse générale.

Or, la seule réponse qui peut être donnée à cette question est une réponse particulière : c'est-à-dire une réponse provenant d'un individu. La question induit que cet individu aurait pour tâche de répondre au nom de tous les autres.

Cette question demande une réponse générale alors que la réponse ne peut être que particulière. Ceci n'est pas cohérent. La question posée n'a donc pas de sens. Toute les question ne sont donc pas cohérentes : en particulier, celles qui demandent des réponses alors qu'une réponse directe est impossible à trouver.

Une question cohérente tiendrait compte de cette difficulté, et se poserait plutôt ainsi :

“Quelle est le sens de votre vie ?”

En effet, dans ce cas, la question s'adresse à un individu qui peut répondre pour lui-même et de manière particulière, cette question n'exigeant pas de réponse générale.

Digression :

S'il ne peut y avoir de réponse générale au sens de la vie, ce parce que cela serait incohérent. Or, la vie "est" (existe), cela signifie que cela est possible (ou même constructible). Et elle n'a pas besoin de "sens générale" pour être, elle est parce que cela est possible, et donc cela est possible sans but général.

Si la question "Quelle est le sens de la vie ?" avait été cohérente, sa réponse aurait permis de donner une destinée ou un but à la vie de manière cohérente (grâce à un raisonnement cohérent) au fait d'être un vivant. Ceci aurait été contradictoire avec ce qui suit : c'est-à-dire le fait qu'au moins un vivant est capable de construire un énoncé tel que *E* (en dehors de toute règle logique) ou même qu'il est capable de produire des erreurs. En d'autres termes : la vie ne peut pas avoir à la fois un but générale cohérent applicable à tous les vivants, et à la fois donner la possibilité à au moins un vivant de s'écarter de ce but. D'ailleurs, ce vivant là aurait toujours la possibilité de donner des énoncés *vrais* et *indémontrables* à propos du sens de sa propre vie et à propos du but de sa propre vie. Il faut donc remarquer que l'incohérence de cette question permet de préserver la cohérence avec la partie "**3 Preuve de la liberté**" (page 53) à propos de la liberté (la possibilité que la liberté a d'exister).

## 8

# Accès à la vérité : la nécessité de la pensée écologique

Comme nous l'avons vu, il n'est possible pour un observateur de comprendre véritablement l'univers qu'en se débarrassant de ses préjugés sur l'univers (ce qui inclu l'observateur lui-même) afin d'avoir une vision la plus juste et la plus réaliste possible.

Cette volonté de comprendre amène donc naturellement à acquérir le plus grand respect de l'observateur envers l'univers et tous ses constituants (ce qui inclu encore l'observateur).

Nous devons même admettre que cela amène naturellement l'observateur à se confondre avec le reste de l'univers, c'est-à-dire à s'identifier avec le reste. Nous pourrions même dire que l'observateur place un signe d'égalité entre lui et ce qu'il observe. Lorsque l'observateur a réussi à atteindre cette attitude, il lui devient donc possible d'étudier indifféremment l'univers ou lui-même, puisque les deux sont égaux.

Ceci se justifie encore par le fait que l'observateur faisant partie inévitablement de l'univers, s'observer soi-même revient à observer une partie de l'univers. Ce qui permet de comprendre que les vérités les plus profondes de cet univers sont aussi contenues en nous-même, cela devenant même une évidence.

En maintenant constamment cette attitude, il ne suffit à l'observateur que de décrire ce qu'il a en lui pour finalement décrire aussi tout le reste.

L'univers ne peut donc être compris que par le respect le plus pur de la part de l'observateur envers l'univers (ce qui inclu toujours l'observateur lui-même), ce qui implique nécessairement une philosophie qui est exactement celle de l'écologie.

C'est à travers le respect de la moindre partie de l'univers, et donc aussi à travers le respect de nous-même, que nous pouvons avoir la vision la plus juste.

### Complément de réflexion :

Nous pouvons encore prolonger cette réflexion en faisant des comparaisons. L'attitude proposée dans cette partie revient en fait à imaginer que nous sommes cet observateur.

Imaginons que nous sommes immergé à moitié dans l'eau, la tête au-dessus de l'eau. Notre agitation dans l'eau fait des vagues. Or, si nous voulons véritablement comprendre ce qui se passe au fond de l'eau (est-ce le fond qui bouge ou est-ce un effet des vagues ?), nous devons cesser de nous agiter afin de percevoir les choses telles qu'elles sont. Ce qui revient à utiliser le moins d'énergie possible pour nous permettre de perturber le moins possible les observations. Ce qui se passe au fond de l'eau apparaîtra donc plus clairement, et l'observation sera plus précise.

Nous pouvons même ajouter que l'observation n'atteint un maximum de précision que lorsque l'observateur utilise le minimum d'énergie nécessaire à l'observation (le minimum d'énergie nécessaire au au maintien dans un état conscient de l'observateur).

Cette attitude trouvant de fortes similitudes avec un état proche du sommeil ou même de la "mort". Mais pour poursuivre le raisonnement et continuer ce rapprochement, je dois m'expliquer.

Tout d'abord, abordons la mort. Lorsqu'un être perd la vie, il passe nécessairement d'un état de conscience à un état de perte de conscience. Il passe donc d'un état où sa consommation d'énergie est à un niveau plus élevé pour aller vers un état où la consommation d'énergie est la plus faible. Or, tant qu'il est conscient, cela signifie que cet être consomme l'énergie nécessaire au maintien de sa conscience. Pour passer d'un état conscient à un état inconscient, cet être passe nécessairement par une étape où la consommation d'énergie

connaît un seuil permettant de passer de l'état conscient à l'état inconscient. Il existe donc nécessairement un niveau d'énergie minimum nécessaire à l'état de conscience. De plus, lorsque cet être perd la vie, il perd aussi la possibilité d'émettre des jugements fondés ou infondés : il perd donc en même temps la possibilité d'effectuer tout préjugé sur l'univers. Il passe donc nécessairement par une phase où l'univers (ce qui inclu aussi cet être) apparaît à sa conscience tel qu'il est. Cet être acquiert donc par nécessité la connaissance "véritable" de toute chose dans ces derniers instants.

Il est donc inutile de vouloir vivre la "fin" de sa vie avant le moment qui vient naturellement puisque nous pouvons savoir d'avance comment cette "fin" apparaît à la conscience de tout être.

Ensuite, abordons l'état proche du sommeil. Car il faut tout de même très fortement remarquer que l'étape de la "fin" de la vie n'est pas une étape strictement nécessaire pour atteindre la vérité sur l'univers. En effet, puisqu'un être passe d'un état de conscience à un état d'inconscience lorsqu'il s'endort. Cet état de transition impliquant également des niveaux d'énergie différents pour des zones spécifiques du cerveau (le raisonnement est le même que précédemment). Par déduction, il existe une configuration de l'état de conscience permettant à l'observateur de comprendre l'univers, et qui doit correspondre à un état de consommation d'énergie strictement nécessaire à l'observation (ce qui implique d'être toujours conscient; cet état doit être localisable dans une ou plusieurs zones du cerveau). Dans ce cas, l'observation devient la plus juste.

Il est donc nécessaire d'éviter tout préjugé pour parvenir à cet état. Une méthode étant d'avoir la volonté de comprendre l'univers (ce qui inclu soi-même) et de trouver le point qui permet d'être le plus calme mais toujours en observation de son environnement (extérieur ou intérieur).

Pour en revenir à l'analogie avec l'immersion dans l'eau (faite au début de ce "**Complément de réflexion**") : dans le fond, les choses ne "bougent" pas, c'est dans la forme (en surface) qu'interviennent les changements.

Pour l'avoir véritablement ressenti personnellement, le sentiment qui en ressort de manière claire est un sentiment d'harmonie, de légèreté (c'est-à-dire d'affranchissement du poids, ce poids qui semble alors "pénible") et de clarté. Je dirais même un sentiment d'évidence (on reconnaît ce sentiment sans l'avoir ressenti auparavant). Si nous voulons décrire l'aspect extérieur de l'observateur seulement, il donne nécessairement l'apparence de se décontracter et d'être

en attente de “réponse” de la part de son environnement. Si nous voulons décrire l’aspect intérieur de l’observateur, il est véritablement en observation d’une “réponse” de la part de son environnement, ce qui passe par une sensibilité très prononcée à la présence de cet environnement, dans l’état où cet environnement se trouve (avec une volonté de ne pas perturber cet environnement), et par une prise de conscience de soi comme partie de cet environnement.

Ce qui permet ici aussi de rappeler qu’un tel état de compréhension (invoquant nécessairement l’harmonie ou l’identification de l’observateur à son environnement, sans volonté de perturber cet environnement, c’est-à-dire dans le respect cet environnement) impose de passer par une pensée écologique.

Cette pensée écologique devient inévitablement la philosophie à adopter de manière générale pour les siècles à venir. Seule cette philosophie peut amener le progrès des sciences jusqu’au plus haut point, un progrès qui devra se ramener clairement au service de l’humanité et de la nature. La conséquence est une paix durable entre tout être vivant.

#### Digression :

La formule  $D(N)$  appliquée aux longueurs d’onde me permet d’envisager clairement que toute matière ne serait en fait constituée que de photons. Or, nous sommes des êtres constitués de matière. Par déduction, nous sommes constitués que de photons.

(il faut aussi tenir compte des règles qui lient ces photons entre eux et aussi tenir compte des “non-règles”)

De mon point de vue, la mort ne ferait que nous faire apparaître cela que comme une évidence : nous ne sommes que des êtres faits de lumière (cette conception est appuyée par le **Chapitre 6**)...

## 9

# Impressions personnelles

J'aimerais expliquer ce que je ressents après m'être imprégné presque exclusivement de ces réflexions.

J'aimerais d'abord donner une justification sur la présence dans la même théorie de ces chapitres qui peuvent être très différents les uns des autres. Ils contiennent en effet des mathématiques, de la logique, de la philosophie, une théorie avec application de ces mathématiques à des phénomènes physiques. Je justifie la présence de tout cela en faisant remarquer que toutes ces disciplines nécessitent le raisonnement logique. Je n'ai donc finalement fait que cela : raisonner. D'une manière ou d'une autre, sous une forme ou sous une autre, la logique est la même : celle du raisonnement. Pour moi, la variété des formes de la logique étant toutes liées à la matière qui nous constitue, n'importe laquelle de ces formes de logique constitue un excellent point de départ pour une réflexion. Autrement dit, peu importe la discipline choisie, il sera toujours possible de tirer des conclusions importantes (et même fondamentales si notre réflexion est correctement guidée).

Après toutes ces réflexions, de les avoir comprises me donne le claire sentiment que ce monde (ou l'univers), c'est moi qui l'ai fait (grâce à des règles et du hasard, je participe à son organisation). Par "moi" , j'entends la matière qui me constitue. J'ai le sentiment d'avoir véritablement et profondément compris l'essentiel dans tout cela, c'est un sentiment de cohérence (j'allais écrire aussi de légèreté), qui revient presque au même que de dire quelque chose d'évident : Ce monde, c'est nous qui l'avons fait ("nous" , c'est-à-dire la matière dont nous sommes constitués), ainsi que tout le reste de la matière a fait ce monde. En d'autres termes, ce monde a la forme qu'il a parce que tout ses constituants (ce qui inclu nous-même) l'ont fait devenir ainsi.

Ainsi, chaque ensemble (chacun de nous) peut aussi l'exprimer. Ce monde, c'est nous qui l'avons fait, et qui allons continuer de le faire, à tout jamais. Nous ne devons nous satisfaire que de cela : d'un sentiment de participation. Que nous le voulions ou non, nous ne pouvons faire un choix sur ce sujet : nous participons à l'organisation du monde sans pouvoir en décider autrement.

D'où je déduis qu'il existe un minimum de "non-choix" : nous ne pouvons pas choisir de participer ou non à l'organisation de l'univers. Et donc le choix (ou la liberté) ne porte pas sur la participation à l'organisation de l'univers.

Pour continuer la réflexion (et comme nous l'avons vu au cours de ce chapitre) à propos de l'énoncé suivant :

[ **je ne participe pas à l'organisation de l'univers** ] est donc *faux*,

Bien qu'il soit possible d'écrire (c'est-à-dire de construire) un énoncé *faux* (bien qu'il soit possible de l'écrire par choix, c'est-à-dire en dehors de tout raisonnement cohérent), il n'est pas possible de le réaliser (c'est-à-dire d'effectuer ce qu'il suggère).

Plus clairement, nous voici avec un nouvel exemple d'énoncé du même type que certains vus dans ce chapitre : encore une fois, l'énoncé est constructible (puisque un énoncé doit toujours être constructible), mais pas ce qu'il énonce (c'est-à-dire pas ce qu'il propose de faire, ou de construire).



---

---

Chapitre 6 sur 6 :

**Théorie physique  
de décomposition des  
phénomènes cycliques**

---

---

(Voir chapitre correspondant pour la suite)